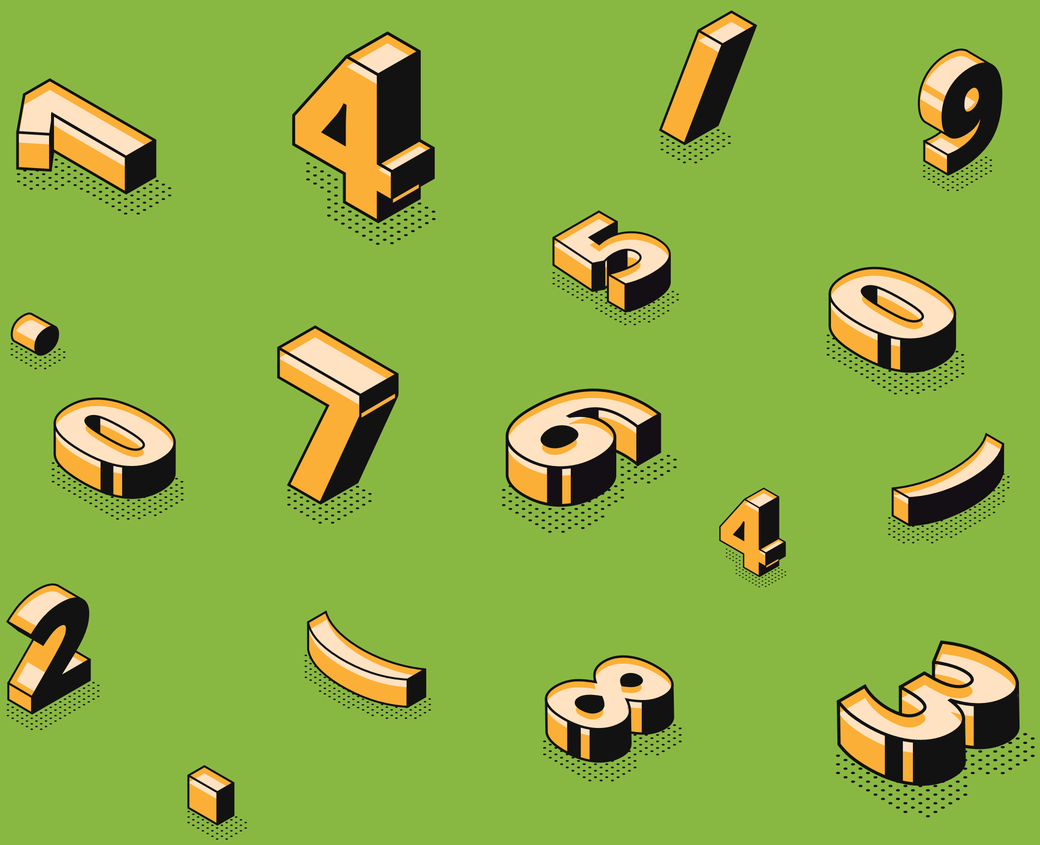
CURSO DE INGRESO
2019 / 2020

MUNICIPALIDAD
DE **ESCOBAR**

Manual de Matemáticas

Colegio Preuniversitario de Escobar



UBA Universidad de Buenos Aires

Equipo de trabajo:

Ángela D'Espósito
Alicia Ferreira
Cristina Nogueira
Renata Ottolini
Carla Russo

Colaboración

Gustavo Zorzoli
(lectura crítica)

Equipo de trabajo:
Ángela D'Espósito
Alicia Ferreira
Cristina Nogueira
Renata Ottolini
Carla Russo

Lectura crítica:
Gustavo Zorzoli

OBJETIVOS

Que los alumnos logren desarrollar de manera activa, cooperativa y participativa, la construcción de los conocimientos contemplando:

- El desarrollo de destrezas operatorias y constructivas;
- La organización, representación e interpretación de información;
- El manejo de conceptos, propiedades, algoritmos y nomenclatura específica;
- La elección del recurso matemático más eficaz para resolver un problema;
- La predicción de resultados y la validación de estos;
- El reconocimiento y la valoración de las propias competencias matemáticas.

CONTENIDOS

Bloque 1
UNIDAD 1:
Números naturales. Sistemas de numeración. Comparación de números. Lectura y escritura de un número. Composición y descomposición de un número.
Recta numérica. Otros sistemas de numeración.
Operaciones con números naturales.
División entera. Múltiplos y divisores. divisibilidad. Primos y compuestos. Múltiplo común menor y divisor común mayor.

UNIDAD 2:
Paralelismo y perpendicularidad en el plano. Distancia entre un punto y una recta. Triángulos: clasificación. Sistema sexagesimal. Clasificación de ángulos. Suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo. Construcciones. Propiedades de los lados.
Cuadriláteros: clasificación, construcciones. Diagonales, propiedades. Paralelogramos: construcciones.

Bloque 2
UNIDAD 3:
Números racionales: fracciones. Representaciones. Fracciones equivalentes. Comparación y representación en la recta numérica.
Operaciones entre fracciones.
Fracciones y números decimales. Operaciones con números decimales.

UNIDAD 4:
Medidas de longitud, peso y capacidad. Equivalencia entre unidades.
Perímetro del triángulo, cuadrado y rectángulo.
Medidas de superficie. Equivalencia entre unidades.
Área del rectángulo y cuadrado.
Alturas de un triángulo. Trazado con escuadra. Área del triángulo.
Relación entre perímetros y áreas.

Bloque 3
UNIDAD 5:
Proporcionalidad directa. Tablas. Obtención de la constante de proporcionalidad.
Porcentaje. Escalas.
Proporcionalidad inversa. Tablas. Obtención de la constante de proporcionalidad.
Regla de tres.

Unidad 6:
Lectura y construcción de gráficos.
Gráficos de barras, circulares, pictogramas.

Bloque

1

Unidad 1

Números Naturales

A lo largo de este capítulo trabajaremos con los números naturales, que los simbolizamos con la letra N_0.
$N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$
Si bien los números 1, 2, 3, 4, ... se conocen desde la antigüedad y fueron utilizados para contar objetos, el número 0 fue introducido por los árabes en Europa recién en el siglo XII.

Sistemas de numeración

Nuestro sistema de numeración consta de 10 símbolos para escribir cualquier número: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9. Por eso se lo llama “sistema de numeración decimal”. Además, es “posicional”, porque el valor de cada cifra depende del lugar que ocupa en el número.

Por ejemplo:

*En el número **4.323.831***

*Este 3 representa **300.000***

*Este 3 representa **30***

*Este 3 representa **3.000***

1. Indicá qué valor representa el 7 en cada uno de los siguientes números:
a) 370.427.790 **b)** 17.508.376

Comparación de números

Recordá los símbolos que usamos para comparar números:
“<” significa menor que
“>” significa mayor que
“=” significa igual que

2. Decidí si las siguientes expresiones son verdaderas (V) o falsas (F). Justificá tu respuesta.
a) 528.000 **>** 99.999
b) 1.807.500 **<** 1.078.500
c) 339.933 **<** 393.393
d) 76.400.000 **=** 70.400.000 + 6.000

3. Completá con **“a veces”**, **“siempre”** o **“nunca”** según corresponda y escribí un ejemplo para cada ítem.
a) Si un número tiene más cifras que otro, ... es mayor.
b) Los números menores que 100.000, ... tienen 6 cifras.
c) Los números de 8 cifras, ... son mayores que 90.000.000.
d) Si un número comienza con 1, ... es menor que otro que comienza con 7.

4. Resolvé sin hacer la cuenta.
En un hospital se realizó un pedido para renovar las frazadas de cada una de las 180 camas. Para ello se encargaron 18 cajas con 100 frazadas cada una. ¿Es correcto el pedido? Justificá tu respuesta.

5. Escribí un número que esté comprendido entre los siguientes pares de números:
a) 23.450.607 <..........................< 23.452.890
b) 1.720.012 <.......................... < 1.720.021
c) 4.990.500.344 < ....< 4.991.500.344

6. a) Escribí el mayor número posible de siete cifras.
b) Escribí el menor número posible de siete cifras.

LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS

Carla y Sebastián buscaron información en internet para saber desde hace cuántos años existe la vida en el planeta, y encontraron el siguiente dato: 4.540.000.000 años.

• Carla dice que el número indica cuatro millones quinientos cuarenta mil años, y Sebastián afirma que son cuatro mil quinientos cuarenta millones de años.

• Sebastián tiene razón ya que el número que dice Carla es 4.540.000 años.

Ahora te toca a vos ...

7. Uní con una flecha cada expresión en palabras con el número correspondiente:
a) Ochenta y seis mil ciento cinco millones — 86.000.000.105
b) Ochenta y seis mil millones ciento cinco — 86.000.105.000
c) Ochenta y seis mil millones ciento cinco mil — 86.105.000.000

8. Marcá con una X en el [ ] correspondiente el número indicado:
a) Setenta y cinco millones seiscientos mil ochenta.
[ ] 75.600.008 [ ] 75.600.080 [ ] 75.680.000
b) Dos mil quinientos millones cuatrocientos siete mil.
[ ] 2.500.407.000 [ ] 2.500.470.000 [ ] 2.500.047.000

9. Escribí en lenguaje coloquial los siguientes números:
a) 12.590.800 ....
b) 700.013.000 ....
c) 6.220.009.970 ....

10. Ordená de menor a mayor los siguientes números:
24.580.000 ; 24.058.000 ; 24.805.000 ; 24.008.500

....

11. Sin hacer las cuentas, completá con >, < o =, según corresponda.
a) 300.742.000 .... 300.642.000 + 300.000
b) 58.805.444 .... 58.000.000 + 800.000 + 5.444
c) 1.972.023 .... 1.972.000 + 230
d) 500.084.721 .... 700.084.721 – 300.000.000

12. Completá la tabla:

Se lee:	Se escribe:
	564.321
Un millón doscientos mil doscientos	
Veintitrés millones cinco mil	
	54.700.820
	3.600.040.000

13. Los siguientes datos corresponden a las distancias que hay entre algunos planetas y el Sol, expresadas en km.

- Ciento ocho millones doscientos mil. ....
- Mil cuatrocientos veintinueve millones cuatrocientos mil. ....
- 4.504.300.000 ....
- 778.000.000 + 330.000 ....
- Ciento cuarenta y nueve millones seiscientos mil...

a) Escribí el número correspondiente de cada uno de los datos.
b) Rodeá con azul al menor de los números y con rojo, al mayor de ellos.
c) Completá la tabla teniendo en cuenta que los datos corresponden a los siguientes planetas:

Planeta	Distancia al Sol (en Km)
Venus	
Tierra	
Júpiter	
Saturno	
Neptuno	

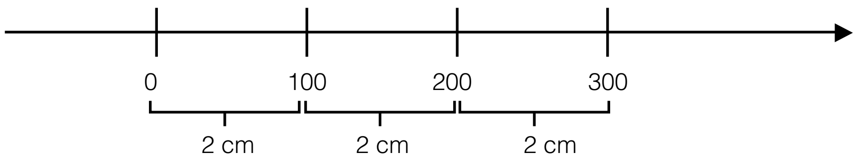
Recordá los nombres de los planetas del sistema solar. Estos están ordenados desde el más cercano al Sol hasta el más lejano: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.

14. Completá con el número que haga verdadera la igualdad.
a) 345.000 – .... = 5.000
b) 98 millones + ... = 99.999.999
c) 15.230 millones + ... = 16.000.000.000

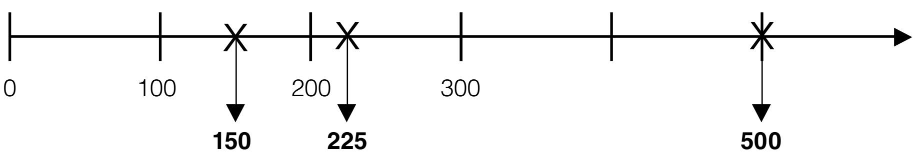
RECTA NUMÉRICA

- Para representar números naturales sobre la recta numérica se debe establecer la distancia entre cada número y respetarla en toda la representación.

- Por ejemplo, en la siguiente recta están representados números de 100 en 100, y la distancia entre cada uno es de 2 cm.

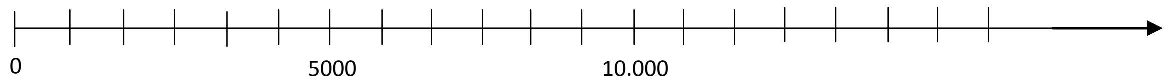


- Si queremos representar los números, por ejemplo, 150, 500 y 225, marcamos una X sobre la recta numérica y escribimos el número debajo.

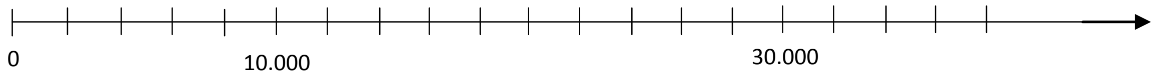


Ahora te toca a vos ...

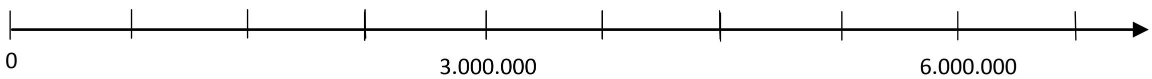
15. Representá los siguientes números sobre la recta numérica.

a)


I) 2.500 **II)** 15.000 **III)** 7.500 **IV)** 1.250

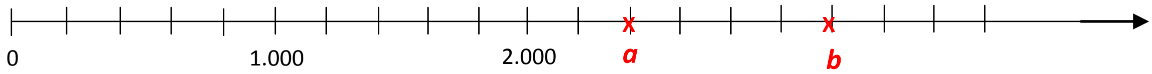
b)


I) 20.000 **II)** 15.000 **III)** 2.000 **IV)** 33.000

c)


I) 750.000 **II)** dos millones doscientos cincuenta mil **III)** 450.000

16. En la siguiente recta hay dos números de incógnito. ¿De qué números se trata?



MULTIPLICACIÓN POR 10, 100, 1.000, ...

Romina quiere multiplicar el número 435.829 por 100. Para eso, toma un papel y un lápiz para hacer la cuenta. Su amiga Sofía le dice que no hace falta ya que puede resolver el cálculo en forma mental, agregando 2 ceros al final.
Lo que Sofía dice es cierto. Veamos algunos ejemplos cuando multiplicamos por 10, 100, 1.000, etc.

- 6 x 10 = 6**0**
- 72 x 10 = 72**0**
- 3 x 100 = 3**00**
- 52 x 100 = 5.2**00**
- 427 x 1.000 = 427.**000**

Por lo tanto, el cálculo que quería realizar Romina es 435.829 x 100 = 43.582.9**00**

De acuerdo con esto, Romina le pregunta a Sofía, si cuando divide por 10 tiene que quitar un cero al número.
Sofía le contesta afirmativamente y le muestra algunos ejemplos:

- 80 : 1**0** = 8
- 12.500 : 1**0** = 1.250
- 3.678.400 : 1**00** = 36.784 (si divide por 100, le quita 2 ceros al final)
- 89.000.000 : 1.**000** = 89.000 (si divide por 1000, le quita 3 ceros al final)

COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE NÚMEROS

Los números se pueden descomponer en forma aditiva o multiplicativa. En la descomposición aditiva el número se puede expresar a través de sumas, y en la descomposición multiplicativa, a través de sumas de multiplicaciones.
En el siguiente ejemplo vemos dos posibles descomposiciones del número 8.436.025:
• Descomposición aditiva: 8.000.000 + 400.000 + 30.000 + 6.000 + 20 + 5
• Descomposición multiplicativa: 8 x 1.000.000 + 4 x 100.000 + 3 x 10.000 + 6 x 1.000 + 2 x 10 + 5

Ahora te toca a vos ...
17. Descomponé los siguientes números en forma aditiva:
a) 29.574.201 ....
b) 5.083.009 ....
c) 761.872 ....

18. Descomponé los siguientes números en forma multiplicativa:
a) 304.986 ....
b) 21.067.304 ....
c) 6.920.030 ....

19. Escribí el número correspondiente teniendo en cuenta su descomposición:
a) Descomposición aditiva: 7.000.000 + 500.000 + 6.000 + 400 + 70 + 2

....

b) Descomposición multiplicativa:
3 x 10.000.000.000 + 9 x 1.000.000 + 5 x 10.000 + 4 x 1.000 + 2 x 100 + 8 x 10
....

20. Decidí si las siguientes descomposiciones son correctas o no. En caso de no serlo, corregilas.
a) 546.098 = 5 x 100.000 + 4 x 10.000 + 6 x 1.000 + 9 x 100 + 8

....

b) 36.430.765 = 30.000.000 + 6.000.000 + 400.000 + 30.000 + 7.000 + 60 + 5

....

21. Sin hacer las cuentas, marcá con X en el [ ] correspondiente, cuál o cuáles de las siguientes expresiones corresponde al número 3.537.109:
[ ] 3.537 x 100.000 + 109
[ ] 3 x 1.000.000 + 5 x 100.000 + 3 x 10.000 + 7 x 1.000 + 1 x 100 + 9
[ ] 353 x 10.000 + 7 x 1.000 + 109

OTROS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

• Así como nosotros utilizamos el sistema de numeración decimal, en épocas antiguas existían otros sistemas de numeración. Veamos algunos ejemplos:

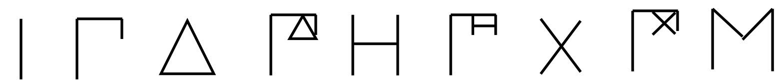
• Sistema de numeración romano.
Este sistema se desarrolló en la antigua Roma (Italia) y se utilizó en todo el imperio romano. Utiliza algunas letras mayúsculas como símbolos para representar ciertos valores. Hoy en día se lo sigue utilizando en algunos casos específicos, como fechas (siglo XVIII), para numerar capítulos de algunos libros (Capítulo IX), para designar el nombre de algunas autoridades (Rey Enrique VIII, Papa Juan Pablo II), etc.

Las letras que utilizaron los romanos y sus valores son:

I	V	X	L	C	D	M
1	**5**	**10**	**50**	**100**	**500**	**1.000**

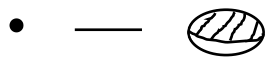
Hoy vivimos en el año 2019 = **MMXIX**

• Sistema de numeración griego.
Este sistema se desarrolló hacia el año 600 a.C. Es similar al sistema de numeración romano. Sus símbolos son los siguientes:



1 5 10 50 100 500 1.000 5.000 10.000

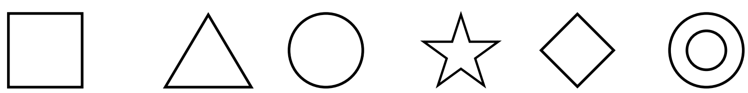
• Sistema de numeración maya.
Este sistema es posicional y sólo utiliza 3 símbolos: punto, raya y caracol.



1 5 0

Los símbolos se escriben en distintos niveles y los números se agrupan de a 20, a diferencia de nuestro sistema en donde se agrupa de a 10.

• Sistema de numeración matemático.
Un grupo de alumnos de una escuela primaria de Pilar inventó un nuevo sistema de numeración matemático. Los símbolos que utilizaron son los siguientes:



La única condición para escribir un número es que cada símbolo no se puede utilizar más de una vez en ese mismo número.

Por ejemplo, si se quiere escribir el número 20, no está permitido usar estos símbolos:

☆ ☆ ○ (20 = 8 + 8 + 4)

Si queremos escribir el número 51 lo podemos hacer de la siguiente manera:

◎ ◇ △ □ (51 = 32 + 16 + 2 + 1)

Ahora te toca a vos ...

22. Indicá qué números están representados por los siguientes símbolos:

a) ◇ △ □ **b)** ◎ ◇ ○ **c)** ☆ □

………………………………… ………………………………… …………………………………

23. ¿Qué símbolos tenés que utilizar para escribir correctamente el número 20 en este sistema de numeración?

……

24. Escribí los siguientes números utilizando el mismo sistema:

a) 44 **b)** 13 **c)** 61 **d)** 33

……

25. ¿Cuál es el mayor número que podés escribir con este sistema de numeración?

……

26. Inventá un nuevo símbolo para el próximo número que sigue en la secuencia después del 32, y escribí los siguientes números:

a) 78 **b)** 100 **c)** 123

……

27. Si se quiere escribir el número 385, ¿cuántos símbolos hay que agregar a los que inventaron en la escuela de Pilar y a qué números corresponden?

OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

PRIMERAS OPERACIONES

• Recordá que la suma y la multiplicación de números naturales cumplen la **propiedad conmutativa**, es decir que se puede cambiar el orden de los números y no se modifica el resultado.

Ejemplos:

$$\left.\begin{array}{r} 120 + 32 = 32 + 120 \\ 152 = 152 \end{array}\right\} \quad \boxed{a + b = b + a}$$

$$\left.\begin{array}{r} 12 \times 4 = 4 \times 12 \\ 48 = 48 \end{array}\right\} \quad \boxed{a \times b = b \times a}$$

• También cumplen la **propiedad asociativa**, es decir que se pueden reunir distintos pares de números, operar con ellos, y no se modifica el resultado.
Ejemplos:

$$\left.\begin{array}{r} 5 + (18 + 7) = (5 + 18) + 7 \\ 5 + 25 = 23 + 7 \\ 30 = 30 \end{array}\right\} \quad \mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c}$$

$$\left.\begin{array}{r} (8 \times 5) \times 2 = 8 \times (5 \times 2) \\ 40 \times 2 = 8 \times 10 \\ 80 = 80 \end{array}\right\} \quad \mathbf{a \times (b \times c) = (a \times b) \times c}$$

• Si utilizamos las propiedades conmutativa y asociativa podemos resolver los cálculos de una manera más sencilla.
Observá los siguientes ejemplos:

$$\begin{aligned} 32 + 5 + 8 + 15 + 7 &= 32 + 8 + 5 + 15 + 7 && \longrightarrow \text{propiedad conmutativa} \\ &= (32 + 8) + (5 + 15) + 7 && \longrightarrow \text{propiedad asociativa} \\ &= 40 + 20 + 7 \\ &= 67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 \times 32 \times 4 \times 5 &= 25 \times 4 \times 32 \times 5 && \longrightarrow \text{propiedad conmutativa} \\ &= (25 \times 4) \times (32 \times 5) && \longrightarrow \text{propiedad asociativa} \\ &= 100 \times 160 \\ &= 16.000 \end{aligned}$$

• Las propiedades conmutativa y asociativa **NO** se cumplen con la resta ni la división.
Observá los siguientes ejemplos:

$\underbrace{30 - 8}_{22} \neq \underbrace{8 - 30}$

22 No se puede resolver en el conjunto de los números naturales.

$\underbrace{15 : 3}_{5} \neq \underbrace{3 : 15}$

5 No se puede resolver en el conjunto de los números naturales.

• Otra de las propiedades que se cumple con los números naturales es la **propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.**
Ejemplos:

$$\left.\begin{array}{r} 5 \times 14 = \mathbf{5} \times (10 + 4) = \mathbf{5} \times 10 + \mathbf{5} \times 4 \\ = 50 + 20 \\ = 70 \end{array}\right\} \quad \mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$$

• Y también se cumple la **propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta.**

$$\left.\begin{array}{r} 9 \times 18 = \mathbf{9} \times (20 - 2) = \mathbf{9} \times 20 - \mathbf{9} \times 2 \\ = 180 - 18 \\ = 162 \end{array}\right\} \quad \mathbf{a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$$

• Esta propiedad es muy útil para resolver multiplicaciones un poco más difíciles.
Veamos más ejemplos:

$$
\begin{aligned}
15 \times \mathbf{21} &= 15 \times (\mathbf{20 + 1}) \\
&= 15 \times 20 + 15 \times 1 \\
&= 300 + 15 \\
&= 315
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
54 \times \mathbf{9} &= 54 \times (\mathbf{10 - 1}) \\
&= 54 \times 10 - 54 \times 1 \\
&= 540 + 54 \\
&= 486
\end{aligned}
$$

Ahora te toca a vos...

28. Utilizando las propiedades vistas calculá:

a) 23 + 12 + 7 + 9 + 8 =

b) 13 x 5 x 3 x 2 =

c) 16 + 25 + 4 + 15 =

d) 3 x 25 x 7 x 4 =

e) 9 x 20 x 5 x 8 =

f) 72 + 30 + 1 + 8 + 49 =

g) 133 + 5 + 7 + 45 =

h) 25 x 500 x 2 x 4 =

29. Decidí si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Justificá.

a) 15 – 7 = 7 – 15

b) (32 – 20) – 5 = 32 – (20 – 5)

c) 15 x (7 x 8) = 8 x (7 x 15)

30. El fin de semana, Carmen salió a pasear en bicicleta. El sábado recorrió 53 km y el domingo 17 km. Su primo Juan también fue de paseo, y el domingo recorrió 17 km menos que los 27 km que había recorrido el sábado.

a) ¿Qué distancia recorrió Juan durante el fin de semana?

....

b) ¿Cuántos km le faltan recorrer a Juan para igualar la cantidad de km que anduvo Carmen?

....

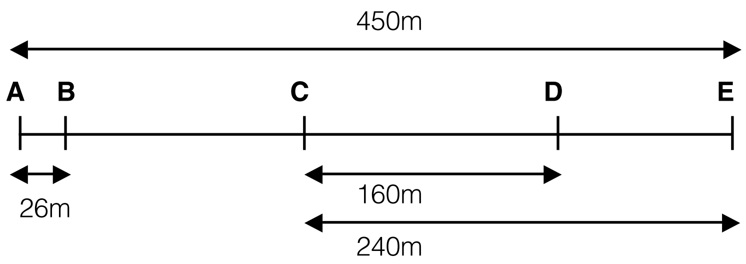
c) ¿Cuántos km en total recorrieron Carmen y Juan?

....

31. Sara compró un juego de sábanas y una toalla, pagó por todo $1.190. El juego de sábanas cuesta $230 más que la toalla. ¿Cuál es el precio del juego de sábanas?

....

32. Cinco amigas, Ana, Blanca, Camila, Dolores y Estela viven sobre la Av. E. Tapia de la Cruz, en Escobar. El esquema muestra la ubicación de sus casas, utilizando la inicial del nombre de cada una de ellas para identificarlas.



a) ¿Cuál es la distancia entre la casa de Dolores y la de Estela?

....

b) Con el siguiente cálculo: 450 – 26 – 240, ¿la distancia entre las casas de qué dos amigas podés calcular?

....

c)

I) ¿Cuál es la distancia entre la casa de Blanca y la de Dolores?

....

II) Marcá con una X las expresiones que te permiten calcular la distancia entre la casa de Blanca y la de Dolores.

[ ] 450 – 26 – 240 + 160
[ ] 450 – (26 + 240) + 160
[ ] 450 – 26 + 240 – 160
[ ] 450 – 26 – (240 – 160)

33. Resolvé mentalmente los siguientes cálculos sabiendo que 46 x 7 = 322.

a) 7 x 46 = ...

b) 46 x 7000 = ...

c) 46 x (10 – 3) = ...

d) 460 x 7 = ...

34. A partir de los valores de la tabla calculá los resultados de las multiplicaciones

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
43	43	86	129	172	215	258	301	344	387	430

a) 11 x 43 = ...

b) 15 x 430 = ...

c) 43 x 19 = ...

d) 23x 43 = ...

OPERACIONES COMBINADAS

Cuando en un cálculo intervienen varias operaciones hay que seguir un orden establecido para no alterar el resultado.
Ejemplos:

15 + 20 - 13 + 5 - 12 =
35 - 13 + 5 - 12 =
22 + 5 - 12 =
27 - 12 = 15

7 X 6 : 2 : 3 x 5 =
42 : 2 : 3 x 5 =
21 : 3 x 5 =
7 x 5 = 35

Si al realizar un cálculo aparecen:
• sólo sumas y/o restas,
• sólo multiplicaciones y/o divisiones,
se efectúan las operaciones indicadas en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

3 x 2 + 8 : 2 - 2 =
6 + 4 - 2 =
10 - 2 = 8

5 x (4 - 1) - (2 + 3) =
5 x 3 - 5 =
15 - 5 = 10

(6 x 25 : 2 - 3) : 2 =
(150 : 2 - 3) : 2 =
(75 - 3) : 2 =
72 : 2 = 36

Si al realizar un cálculo aparecen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, se resuelven:
1°. las operaciones entre paréntesis,
2°. las multiplicaciones y/o divisiones,
3°. las sumas y/o restas.

• Ahora te toca a vos...

35. Decidí si las siguientes igualdades son correctas o no. En caso de no serlo, corregí el resultado.

a) 7 x 3 + 5 x 2 = 52 **b)** 40 : 8 – 3 + 10 = 12

36. Marcá con una X el resultado correcto.

a) 35 – 4 + 1 – 7 + 8 =
20 [ ] 17 [ ] 33 [ ] 31 [ ]

b) 64 : 8 : 4 x 2 =
1 [ ] 4 [ ] 64 [ ] 32 [ ]

c) 24 – 6 : 2 x 3 + 1 =
4 [ ] 16 [ ] 28 [ ] 12 [ ]

d) 3 x 6 – 4 : 4 – 2 =
15 [ ] 3 [ ] 16 [ ] 7 [ ]

37. El papá de Pedro gana $36.350 por mes y gasta $415.000 al año. ¿Cuánto dinero tendrá ahorrado dentro de dos años?

....

38. Anabel, Norma, Susana y Lila fueron a comprar entradas para ir al teatro. Como Norma no llevó dinero, Anabel puso $380, Susana $460 y Lila $280 para poder comprar las cuatro entradas.

a) ¿Cuánto cuesta cada entrada?

....

b) ¿Cuánto dinero debe devolver Norma a cada una de sus amigas?

....

39. Carolina fue al quiosco con 2 billetes de $20, 3 de $10 y 7 monedas de $1. Compró 2 alfajores de $18 cada uno, una lata de gaseosa de $15 y unos caramelos por $10. ¿Con cuánto dinero volvió a su casa?

....

40. Leonel tiene que armar 8 cajas, cada una con 10 paquetes de fideos largos y 12 paquetes de fideos tirabuzón. ¿Cuántos paquetes de fideos utilizará?

....

41. En el supermercado mayorista las cajas con frascos de dulce contienen 16 envases cada una. Los frascos de dulce de frutilla cuestan $85 y los de ciruela, $70. En el almacén del barrio compraron 3 cajas de cada clase. ¿Cuánto tuvieron que pagar?

....

42. Colocá en cada caso un paréntesis donde sea necesario para que el cálculo dé el resultado indicado:

a) 7 x 3 – 1 + 5 = 19

b) 25 : 5 – 4 + 10 = 35

c) 18 – 4 : 2 – 1 = 6

d) 9 x 3 + 3 x 2 = 81

43. María compró un ramo de claveles. Del total de las flores tiró 5 pues estaban marchitas. De las restantes, puso la mitad en un florero y con las que le quedaron armó 3 ramitos de 4 flores cada uno y le sobraron 3. ¿Cuántos claveles tenía el ramo que compró María?

....

44. Renata gastó en la librería $250. Después fue a una tienda y quiso comprar 3 metros de una cinta que valía $90 el metro, pero le faltaban $16.

a) ¿Cuánto dinero tenía Renata antes de entrar a la librería?

....

b) Marcá con una X, ¿cuáles de las siguientes expresiones permite obtener esa cantidad de dinero?

[ ] (250 + 90) x 3 – 16

[ ] 250 + 90 x 3 – 16

[ ] 250 – (90 x 3 – 16)

[ ] 250 + 90 : 3 – 16

45. Darío le prestó a su hermano $15.000 para comprar una computadora y quedaron en que se los devolvería en cuotas fijas mensuales durante dos años.

a) ¿De cuánto es cada cuota?

....

b) Después de haber pagado 18 cuotas, el hermano de Darío le dio el resto de la deuda toda junta. ¿Cuánto dinero le devolvió de una vez?

....

46. En el teatro “El reino de la risa”, el sábado se realizó una función y se vendieron 250 plateas y 6 palcos.

a) ¿Cuál fue la recaudación de esa función?

....

b) En el teatro hay 15 filas de plateas con 20 asientos cada una. ¿Cuántos asientos quedaron libres?

....

c) Si en cada palco hay capacidad para 4 personas, ¿cuántas personas asistieron al teatro el sábado?

....

47. Colocá los signos “+”, “–”, “x” o “:” que correspondan, para que se cumplan las igualdades.

a) 4 .... 4 .... 4 .... 4 = 0

b) 4 .... 4 .... 4 .... 4 = 1

c) 4 .... 4 .... 4 .... 4 = 2

d) 4 .... 4 .... 4 .... 4 = 8

48. Resolvé los siguientes cálculos:

a) 4 x (7 – 2) + 8 : 4 = ...

b) (12 – 18 : 9) x 7 – 70 = ...

c) 20 : (3 x 3 + 1) + 15 : 3 = ...

49. El dueño de la bicicletería “Rueditas” realizó un pedido de 15 bicicletas chicas a $2.500 cada una. También encargó 7 triciclos a $1.800 cada uno y 5 bicicletas grandes. Si va a pagar la totalidad del pedido en tres cuotas iguales, ¿de cuánto será cada cuota, si las bicicletas grandes cuestan el triple que los triciclos?

50. Una empresa constructora está edificando un complejo de varios edificios de departamentos y publicó el siguiente anuncio:

NUEVOS EDIFICIOS EN EL BARRIO!!

Se construirán 3 torres de departamentos

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{TORRE A: 8 pisos}\\ \textbf{TORRE B: 10 pisos}\\ \textbf{TORRE C: 12 pisos}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{En cada piso habrá 4 amplios departamentos}\\ \text{También habrá un hermoso jardín comunicando las torres}\\ \text{y una gran piscina}\end{array}$$

a) Realizá un esquema de las distintas torres para determinar la cantidad de departamentos que hay en cada una de ellas.

b) Sin hacer las cuentas, rodeá aquellos cálculos que permiten saber cuántos departamentos habrá en total entre las tres torres:

8 x 4 + 10 x 4 + 12 x 4 (8 + 10 + 12) x 4

30 x 4 8 + 10 + 12 x 4 4 x 10 + 12 + 8

c) Ya se vendieron 5 pisos completos de cada torre. ¿Cuántos departamentos se vendieron?
d) Hasta el momento se construyeron los primeros 7 pisos de la torre A, los primeros 8 de la torre B y los primeros 10 de la torre C. Escribí el cálculo que te permite hallar cuántos departamentos ya están construidos.

DIVISIÓN ENTERA

Recordá que una cuenta de dividir tiene cuatro elementos: el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.

Dividendo ← **D** | **d** → *divisor*

resto ← **r** **c** → *cociente*

D = d x c + r
El resto debe ser menor que el divisor. El divisor nunca puede ser 0, porque no se puede dividir por cero.

Ejemplos:

a) Cada semana, un camión transporta 402 botellas de agua en packs con capacidad para 6 botellas cada uno. ¿Cuántos packs se necesitan?
Para calcular la cantidad de packs que se necesitan podemos efectuar el siguiente cálculo:

402 | **6**
0 **67**

*Se necesitarán **67** packs para transportar el total de botellas.*

En esta división:
el **dividendo es 402**, el **divisor es 6**, el **cociente es 67** y el **resto 0**.
La división es exacta.
Comprobamos que: 402 = 67 x 6 + 0

b) Esta semana se agregaron 16 botellas más de agua. ¿Cuántos packs serán necesarios para transportar el total de botellas?

418 | **6**
4 **69**

*Se necesitarán **70** packs para transportar el total de botellas.*

En esta división:
el **dividendo es 418**, el **divisor es 6**, el **cociente es 69** y el **resto 4.**
La división es entera.
Comprobamos que: 418 = 69 x 6 + 4

Ahora te toca a vos ...

51. Un mayorista embolsa 4736 chupetines

a) ¿Cuántas bolsas con 100 chupetines cada una podrá llenar?

b) Los chupetines que sobran los coloca en bolsitas con no más de 5 chupetines cada una. ¿Cuántas bolsitas como mínimo utiliza?

52. Alicia tiene que repartir 580 chocolates en tres docenas de cajas, de manera que haya la misma cantidad en cada una y la máxima posible.

a) ¿Cuántos chocolates podrá colocar en cada caja?

b) ¿Cuántos chocolates faltan para poder armar una nueva caja?

53. Se quiere acomodar 235 libros en estantes, de modo que haya el mismo número en cada uno. ¿Cuántos estantes como mínimo se necesitarán si debe haber como máximo 15 libros en cada uno de ellos?

54. Completá las siguientes divisiones enteras:

	Dividendo	Divisor		Dividendo	Divisor		Dividendo	Divisor
a)	**42**	**5**	**b)**	....	**7**	**c)**	**32**	....
	....	....		**4**	**87**		**6**	**2**

55. Marcela dice que 77 dividido un número desconocido le da cociente 6 y resto 5. ¿De qué número se trata?

56. Carlitos dividió un número por 3 y le dio como cociente 21, pero no se acuerda cuál era el resto. ¿Qué número pudo haber dividido Carlitos? Escribí todas las posibilidades.

57. Proponé una división que cumpla con la condición indicada en cada caso. ¿Cuántas soluciones tiene cada una?

a) El dividendo es 83 y el divisor es 9.

b) El divisor es 9 y el cociente es 5.

c) El cociente es 11 y el resto es 4.

d) El dividendo es 15, el cociente es 3 y el resto es 4.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

Alejandro tiene 153 figuritas y se las quiere regalar a sus tres primos menores, de manera tal que cada uno reciba la misma cantidad. ¿Cuántas figuritas le podrá regalar como máximo a cada uno de sus primos?
Al hacer la división entera entre 153 y 3 obtenemos cociente 51 y resto 0, por lo tanto, Alejandro le podrá regalar 51 figuritas a cada uno de sus tres primos y no le sobra ninguna.

153	**3**
0	**51**

Observamos que 153 = 3 x 51 + 0 = 3 x 51.
Entonces decimos que 153 es divisible por 3, o también que 3 es un divisor de 153, 153 es múltiplo de 51, o 51 es un factor de 153.

Un número natural es múltiplo de otro cuando es el resultado de multiplicar ese número por cualquier número natural.

Por ejemplo:
160 es múltiplo de 80 porque 160 = 80 x 2.
También, 160 es múltiplo de 20 porque 160 = 20 x 8.El 160 es múltiplo de 80, de 20 y también de 2 y de 8, entre otras posibilidades.

• Un número natural es divisor de otro si se puede encontrar un número que multiplicado por él dé por resultado el segundo.
Por ejemplo, el 4 es divisor de 24, porque 4 x 6 = 24.
También el 3 es divisor de 24 ya que 3 x 8 = 24. Los números:4, 3, 6 y 8 son divisores de 24.

• Si un número es múltiplo de otro, el segundo es divisor del primero.
Por ejemplo: 160 = 80 x 2, entonces 160 es múltiplo de 80 y de 2, y por lo tanto, 80 y 2 son divisores de 160.
Entre otras posibilidades, 160 = 16 x 10
160 = 32 x 5
160 = 40 x 4

• Un número puede ser múltiplo de varios.
Si expresamos todos los pares de números naturales que al multiplicarlos dan 160 obtenemos esta lista: 1x160, 2x80, 4x40, 5x32, 8x20 y 10x16.
160 es múltiplo de esos factores y esos factores son divisores de 160.

El 1 es divisor de todos los números naturales y múltiplo sólo del 1.

El 0 es múltiplo de todos los números naturales y divisor de ninguno.

Ahora te toca a vos ...

58. Escribí los primeros 8 múltiplos de los siguientes números:
a) 4 **b)** 8 **c)** 11 **d)**15

59. Fernando dice que como 18 es múltiplo de 9, entonces 9 es divisor de 18. ¿Es cierto? Justificá.

60. Escribí todos los divisores de los siguientes números:
a) 10 **b)** 8 **c)**13 **d)** 50

61. Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificá.

a) El 15 es múltiplo del 3.

b) El 21 es divisible por 7.

c) El 4 es un divisor de 10.

d) El 8 es un factor de 24.

62. Gerardo dice que el número 20 tiene 7 divisores y Aylén dice que tiene menos. ¿Quién tiene razón? Indicá cuáles son los divisores del 20.

63. Encontrá un número comprendido entre 80 y 90 que sea múltiplo de 7. ¿Es el único?

64. Escribí todos los múltiplos del 6 comprendidos entre 33 y 68.

65. ¿Cuál de estos números tiene mayor cantidad de divisores: 12, 30 o 14? Escribilos y expresá el procedimiento que utilizaste para verificar que no falten divisores en cada caso.

DIVISIBILIDAD

• ¿El número 35.724 es par o impar? ¿Por qué?
Una manera de averiguarlo es dividiendo al número por 2 y analizando el resto. Si este es cero, entonces 35.724 es par.
Otra manera de averiguar si un número es par o impar es mirando la última cifra. Si esta es 0, 2, 4, 6, u 8, entonces es par, de lo contrario es impar.
Como el número 35.724 termina en ***4****, entonces es par.*
Lo que hemos hecho fue utilizar un ***criterio de divisibilidad****. Estos criterios nos permiten saber si un número es divisible por otro sin hacer la división.*

Un número es **par si es múltiplo de 2.**

Un número es **impar si no es múltiplo de 2**

• *Veamos algunos criterios:*

Un número natural es	Cuando	Por ejemplo:
divisible por 2	termina en 0, 2, 4, 6 u 8.	278 es divisible por 2 porque termina en 8.
divisible por 3	la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	573 es divisible por 3 pues 5 + 7 + 3 = 15 y 15 es múltiplo de 3. (15 = 3 x 5)
divisible por 4	las últimas dos cifras forman un número múltiplo de 4.	916 es divisible por 4 porque 16 es múltiplo de 4.
divisible por 5	termina en 0 o 5.	27.345 es divisible por 5 porque termina en 5.
divisible por 6	es divisible por 2 y por 3 a la vez.	912 es divisible por 6 porque es par (divisible por 2), y 9 + 1 + 2 = 12, que es múltiplo de 3.
divisible por 10	termina en 0.	17.920 es divisible por 10 porque termina en 0.

• Ahora te toca a vos...

66. Dos de los siguientes números son divisibles por 3. ¿Cuáles son?
a) 733 **b)** 1.509 **c)** 20.701 **d)** 882

67. Uno de los siguientes números no es divisible por 4. ¿Cuál es?
a) 34.560 **b)** 900 **c)** 242 **d)** 1.376

68. A los siguientes números se le borró una cifra. ¿Cuál podría ser? ¿Es única?
a) Divisible por 6. **3.9__4**
b) Divisible por 5 y por 3 a la vez. **24.1__5**
c) Divisible por 4. **65.82__**

69. Carolina compró 150 golosinas y quiere regalárselas a los amigos de su hija a la salida de su cumpleaños.
a) Si quiere armar bolsitas que contengan 5 golosinas cada una, ¿cuántas puede armar?

b) ¿Y si coloca 6 golosinas en cada bolsita?

c) ¿Podría armar bolsitas con 8 golosinas y que no sobre ninguna?

70. Romina colecciona collares y los guarda en pequeños alhajeros. Si coloca 8 en cada alhajero, no sobra ninguno. Y si coloca 10 en cada uno, tampoco sobra ninguno.

a) ¿Cuántos collares puede tener Romina si son más de 30 y menos de 70?

b) ¿Cuántos alhajeros deberá utilizar si guarda los collares de a 8? ¿Y si los guarda de a 10?

71. Escribí un número comprendido entre 220 y 230 que sea divisible por 3 y por 5 pero que no sea par.

72. Escribí un número mayor que 10 que no sea divisible por 2, ni por 3, ni por 5.

PRIMOS Y COMPUESTOS

• Según la cantidad de divisores que tienen los números naturales se clasifican en dos grupos. Observen los siguientes ejemplos:

Divisores de:

- **2:** 1 y 2
- **11:** 1 y 11
- **23:** 1 y 23

Estos números tienen sólo 2 divisores: el 1 y el mismo número.

- **6:** 1, 2, 3 y 6
- **9:** 1, 3 y 9
- **35:** 1, 5, 7 y 35

Estos números tienen más de 2 divisores.

Un número natural es primo si tiene exactamente dos divisores: el 1 y el mismo número.	Un número natural distinto de 0 es compuesto si tiene más de dos divisores.

• El cero tiene tantos divisores que es imposible contarlos.
Algunos ejemplos son:

$$\begin{array}{l|l} \mathbf{0} & \underline{\;\mathbf{5}\;} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \mathbf{0} & \underline{\;\mathbf{8}\;} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \mathbf{0} & \underline{\;\mathbf{13}\;} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \mathbf{0} & \underline{\;\mathbf{41}\;} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

• El uno tiene un solo divisor. $\begin{array}{l|l} \mathbf{1} & \underline{\;\mathbf{1}\;} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array}$

• Ahora te toca a vos ...

73. Rodeá con color aquellos números que sean primos:

5 **100** **10** **2** **21** **9** **17** **12** **11** **13** **28**

74. Escribí un número que tenga solamente:

a) Un divisor. ....

b) Dos divisores. ....

c) Tres divisores. ....

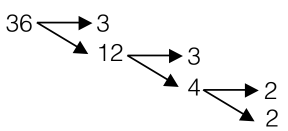
d) ¿Los números que escribiste son únicos? Compará con tus compañeros.

75. ¿Cuál es el mayor número primo de una cifra? ¿Y cuál es el menor número primo de dos cifras?

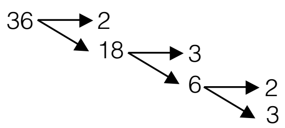
76. ¿Hay algún número primo comprendido entre 45 y 50? ¿Y entre 55 y 60?

....

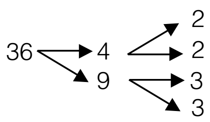
• María dice que cualquier número natural puede ser expresado como producto de números primos. Su hermano Federico le pide que se lo muestre con distintos ejemplos.
María le muestra cómo puede descomponer el 36 de diversas maneras:



36 = 3 x 3 x 2 x 2



36 = 2 x 3 x 2 x 3



36 = 2 x 2 x 3 x 3

Cualquiera sea la descomposición que haga del 36, siempre llega a los mismos factores primos.

• En los ejemplos, los factores que se repiten pueden escribirse de manera abreviada.

Así: $2 \times 2 = 2^2$
$3 \times 3 = 3^2$
$7 \times 7 = 7^2$
$10 \times 10 = 10^2$

La multiplicación de factores iguales se llama potenciación. La base es el factor que se repite y el exponente indica cuántas veces aparece la base.

$\underbrace{\mathbf{3 \times 3}}_{\text{2 veces}} \mathbf{= 3^2}$ **exponente** **base**

Por lo tanto 36 = $2^2 \times 3^2$.

• Aquí hay otro ejemplo:

40 → 5
8 → 2
4 → 2
2

$40 = 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 5$

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$ (se lee dos al cubo)

Todo número compuesto puede escribirse como producto de factores primos y estos factores son únicos.

• A*hora te toca a vos ...*

77. Resolvé:

a) $5^2 =$ **b)** $4^2 =$ **c)** $10^3 =$ **d)** $3^3 =$ **e)** $6^2 =$

78. Escribí cada uno de los siguientes números como producto de sus factores primos:

a) 20 **b)** 30 **c)** 42 **d)** 100

79. Se quiere descomponer el número 1000 en tres factores naturales distintos. Cada factor no debe terminar en cero. Escribí una descomposición posible.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES COMUNES

• En el último acto escolar del colegio, las alumnas de los cursos de sexto grado realizaron una coreografía musical. Sobre el escenario, además de las luces habituales, había luces especiales que se encendían y luego se apagaban, para dar un efecto más espectacular. Estas eran rojas y verdes. Las luces rojas se encendían cada 6 segundos y las verdes cada 9. ¿Cada cuántos segundos el escenario estaba iluminado con ambos colores de luces especiales?

Para poder obtener cada cuántos segundos se encendían estas luces en forma simultánea podemos escribir los primeros múltiplos de 6 y 9, y buscar los comunes a ambos números.

Múltiplos de 6 = {**0**, 6, 12, **18**, 24, 30, **36**, 42, 48, **54**,…}
Múltiplos de 9 = {**0**, 9, **18**, 27, **36**, 45, **54**, 63, 72,…}

Esto significa que las luces especiales se encendieron en forma simultánea al comienzo de la coreografía, a los 18 segundos, a los 36 segundos, etc. El menor de los múltiplos comunes, sin considerar el 0, es el 18. Por lo tanto, el escenario se iluminaba cada 18 segundos con ambos colores de luces especiales.

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números naturales se llama múltiplo común menor, y se indica *mcm.*

• En el colegio al cual va Matías hay dos cursos de sexto grado, A y B. En 6to A hay 36 alumnos y en 6to B, 30. La maestra de ciencias naturales, quien enseña en ambos cursos, quiere que formen grupos para realizar una investigación. Todos los grupos deben tener igual número de miembros.
¿Cuál será el mayor número de alumnos que puede haber en cada grupo?

Para poder obtener la cantidad de alumnos que puede haber en cada grupo escribimos los divisores de 36 y 30, e indicamos con otro color los comunes a ambos números.
Divisores de 36 = {**1**, **2**, **3**, 4, **6** , 9, 12, 18, 36}
Divisores de 30 = {**1**, **2**, **3**, 5, **6**, 10, 15, 30}

Esto significa que los grupos pueden estar formados por una, dos, tres o seis personas cada uno. Pero si queremos que haya la mayor cantidad de alumnos posible en cada grupo, el mayor de los divisores comunes es el 6.

Por lo tanto, 6 es el mayor número de alumnos que puede haber en cada grupo.

El mayor de los divisores comunes de dos o más números naturales se llama *divisor común mayor,* y se indica *dcm.*

• *Ahora te toca a vos ...*
80. A las 17 horas comenzó la coreografía musical y las luces especiales se encendieron juntas por primera vez. ¿Cuántas veces más coincidieron estas luces si la coreografía duró dos minutos y medio?

81. ¿Cuántos grupos se podrán formar en cada curso de sexto grado del colegio de Matías si en cada uno de ellos hay el mayor número posible de alumnos?

82. Calculá el múltiplo común menor y el divisor común mayor entre los siguientes números:
a) 32 y 68 **b)** 27 y 36 **c)** 35 y 13

83. Para alambrar un terreno de 42 m de ancho por 72 m de largo se deben colocar primero postes a igual distancia unos de otros.

a) ¿Cuál será la mayor distancia posible entre los postes?

b) ¿Cuántos postes serán necesarios?

84. Tres barcos, uno de Japón, uno de Rusia y otro de España, parten del puerto de Buenos Aires. El de Japón lo hace cada 8 días, el de Rusia cada 12 días y el de España cada 15 días. Hoy partieron los tres. ¿Dentro de cuánto tiempo volverá a coincidir su partida desde el puerto?

85. Laura compró un canasto con 18 rosas rojas, 12 blancas y 24 amarillas. Tiene que armar con ellas la mayor cantidad de ramos con igual número de rosas de cada color sin que le sobre ninguna.

a) ¿Cuántos ramos puede armar?

b) ¿Cuántas rosas de cada color habrá en cada ramo?

86. En un barrio privado, una alarma emite una señal cada 60 minutos, otra cada 45 minutos y una tercera cada 25 minutos. A las 8:30 del lunes sonaron las tres juntas. ¿Cuándo volverán a coincidir?

87. Se desea ajustar un robot para que recorra con un número exacto de pasos tres pistas circulares de 550 cm, 1000 cm y 1800 cm de longitud.

a) ¿Cuál es la mayor longitud posible de cada paso del robot?

b) ¿Cuántos pasos debe dar el robot en cada una de esas pistas para completar una vuelta?

88. Juan tiene una mercería y vende botones distribuidos en bolsas. En la caja A tiene bolsitas con 24 botones cada una y no le sobra ningún botón. En la caja B, las bolsitas tienen 20 botones cada una y tampoco sobra ningún botón. El número de botones que hay en la caja A es igual al que hay en la caja B. ¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

89. El divisor común mayor entre un número y 42, es 6. Y el mínimo común múltiplo entre esos números es 210. ¿Cuál es el número?

Bloque 1

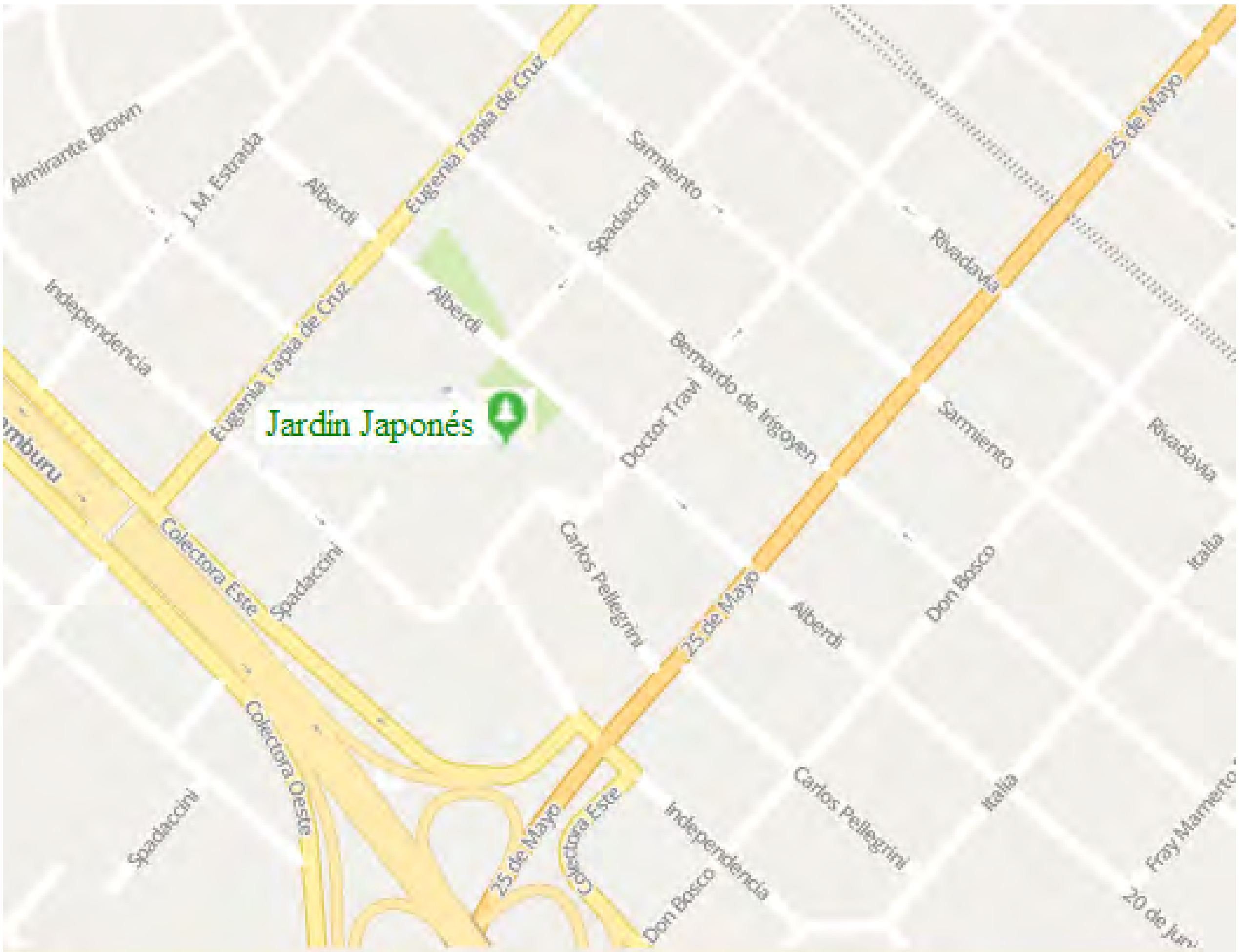
Unidad 2

Triángulos y Cuadriláteros

Cuadriláteros

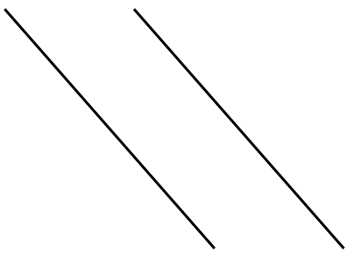
PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD EN EL PLANO

Tres amigos, Lucía, Mora y Felipe acuerdan hacer un picnic en Escobar para festejar el día de la primavera. El plano de la zona en la que se encuentran es el siguiente:



• Entre los tres deciden encontrarse en la puerta del Jardín Japonés. Lucía camina por la calle Alberdi esde Don Bosco y Felipe va en auto por la calle Bernardo de Irigoyen. ¿Podrán cruzarse en algún lugar del recorrido antes de llegar al Jardín Japonés si siempre transitan por esas calles? ¿Por qué?

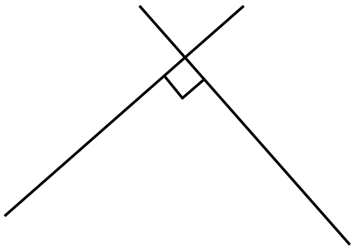
Lucía y Felipe no podrán encontrarse porque las calles Alberdi y Bernardo de Irigoyen no se cortan, es decir, son paralelas.
Si representamos dichas calles con rectas, podemos decir que esas rectas no tienen ningún punto en común. Estas rectas se llaman paralelas.



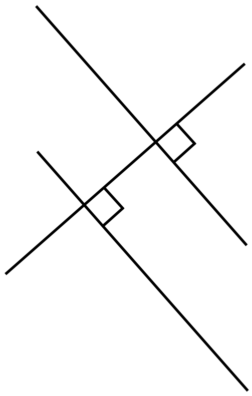
En un plano, las rectas que son coincidentes o que no tienen ningún punto en común se llaman **paralelas.**

• Mora va en skate por la calle Spadaccini hacia el punto de encuentro en sentido sudoeste para encontrarse con Felipe que está manejando por la calle Bernardo de Irigoyen. Si representamos dichas calles con rectas, ¿qué ángulos forman esas rectas al cortarse?

Esas rectas forman cuatro ángulos congruentes al cortarse y se llaman perpendiculares.



En un plano, las rectas que al cortarse forman cuatro ángulos de igual medida se llaman **perpendiculares.** Cada uno de esos ángulos se llama ángulo recto y mide 90º.



En un plano, dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas.

• Ahora te toca a vos...

1. Según el plano de Belén de Escobar, nombrá:

a) Dos calles paralelas a la vía del tren

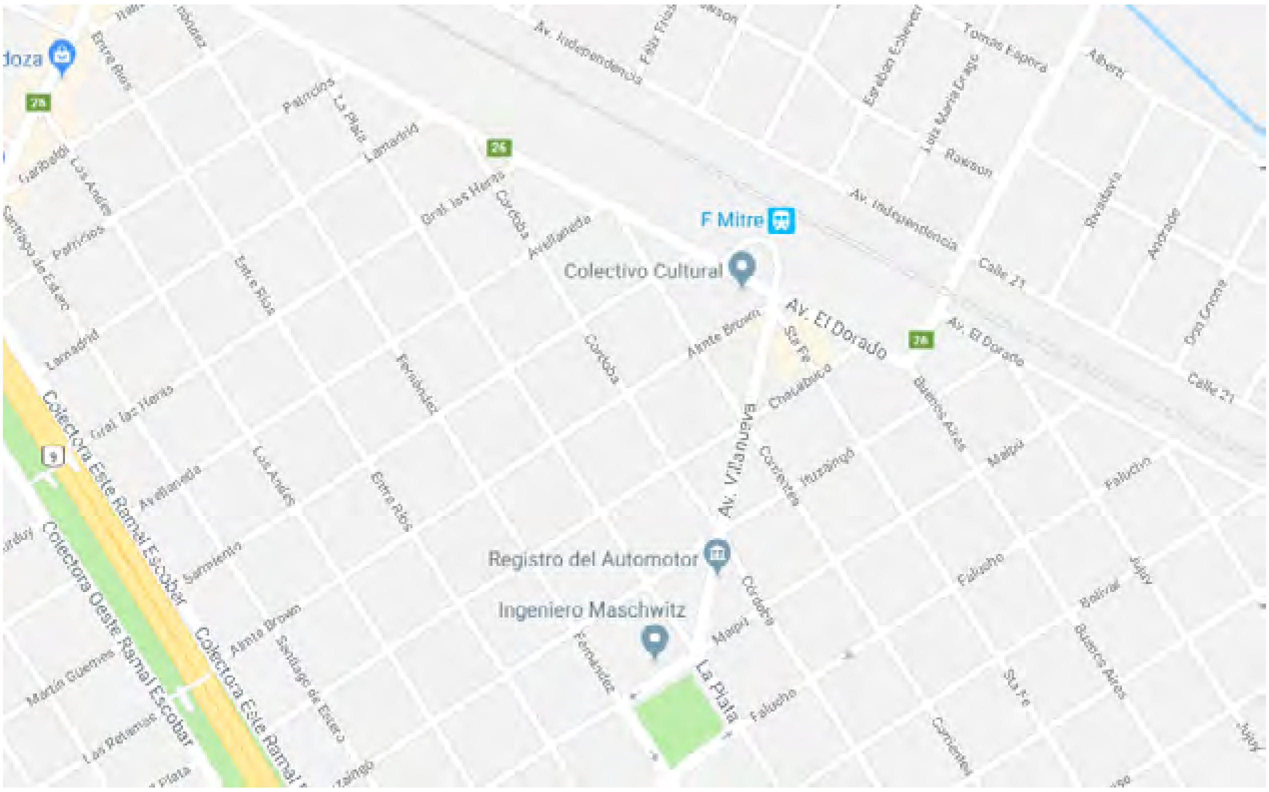
....

b) Dos calles perpendiculares a Av. E. Tapia de la Cruz

....

c) Una calle que no sea paralela ni perpendicular a Av. 25 de Mayo.

A la hora del almuerzo, los tres amigos se trasladan al polo gastronómico de Ingeniero Maschwitz y están paseando por una zona cuyo plano es este:



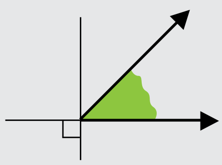
• ¿Qué calles del plano, al representarlas con rectas, no forman ángulos rectos al cortarse?

Por ejemplo

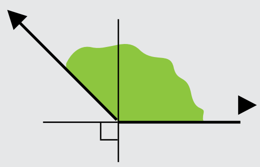
La avenida Villanueva y la calle Chacabuco, pues al representarlas con rectas, estas forman dos ángulos menores que un recto y dos ángulos mayores que un recto. También podemos mencionar a la Calle 21 y la Avenida Independencia, que nacen en la Ruta Provincial 26, y que al representarlas con semirrectas, estas forman dos ángulos llanos.

Se llama **ángulo llano** al ángulo determinado por dos semirrectas opuestas

Se llama **ángulo agudo** al ángulo a todo ángulo menor que un recto



Se llama **ángulo obtuso** al ángulo a todo ángulo mayor que un recto y menor que un llano



• Ahora te toca a vos...

1. Según el plano de Ing.Maschwitz, nombrá:

a) Una calle paralela a Entre Ríos ....

b) Una calle perpendicular a Falucho ....

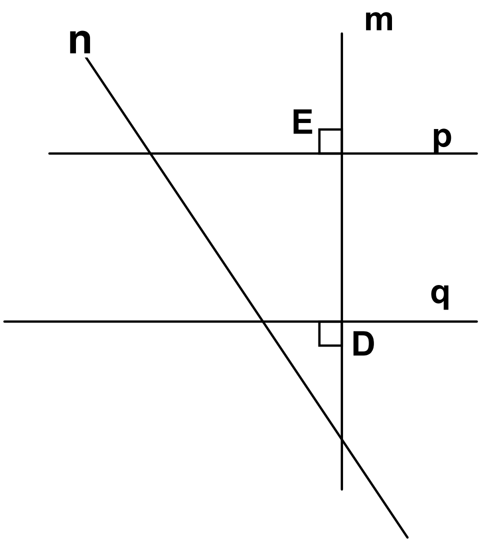
c) Una calle que forme un ángulo agudo con Los Andes ....

d) Una calle que forme un ángulo recto con La Plata ....

e) Una calle que forme un ángulo obtuso con Av. Villanueva ....

f) Una calle que forme un ángulo llano con Santa Fe ....

3. En la figura, $\hat{D} = \hat{E} = 90°$.



Nombrá:

a) Dos rectas paralelas ....

b) Dos rectas perpendiculares ....

c) Dos rectas que no sean paralelas ni perpendiculares ....

Coloreá:

d) Un ángulo agudo

f) Un ángulo recto

g) Un ángulo obtuso

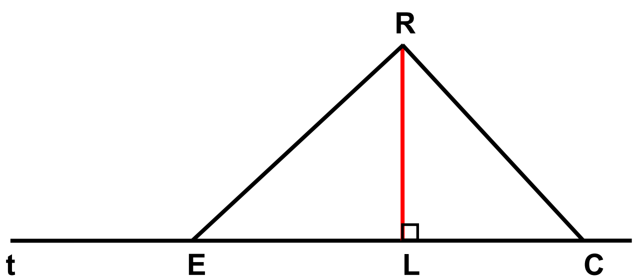
h) Un ángulo llano

Justificá tus respuestas

Felipe acerca a Mora y a Lucía en su auto a la casa de una compañera para terminar un trabajo práctico para la escuela.

• Mora y Lucía están en el centro de la rotonda y quieren ir a la calle Tte. Gral. Juan Domingo Perón. Para ello, piensan caminar por cualquiera de estas tres calles: Entre Ríos, Los Laureles o Corrientes. ¿Cuál es el camino más corto? ¿Por qué?

El camino más corto para ir de la rotonda a la calle Tte. Gral. Juan Domingo Perón es la calle Los Laureles. Representamos a la rotonda con el punto **R** *y a la calle TteGral Perón con la recta* **t.**

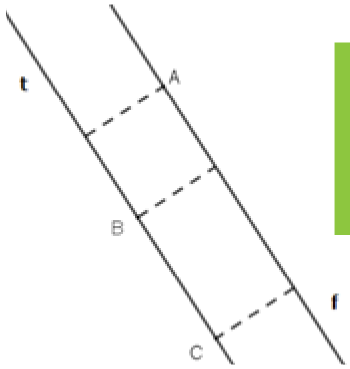


La distancia del punto **R** a la recta **t** es la longitud del segmento **RL** trazado perpendicularmente desde el punto a la recta.

Los segmentos $\overline{\mathbf{RE}}$, $\overline{\mathbf{RL}}$ y $\overline{\mathbf{RC}}$ tienen un extremo en **R** y el otro extremo sobre la recta **t**. De todos los segmentos anteriores, el segmento $\overline{\mathbf{RL}}$ es el de menor longitud porque es perpendicular a la recta **t**.

• Si representamos la calle Formosa y la calle Tte.Gral. Juan Domingo Perón del plano con las rectas **f** y **t** respectivamente, ¿cuál es la distancia entre ellas?

Las rectas **t** y **f** son paralelas.

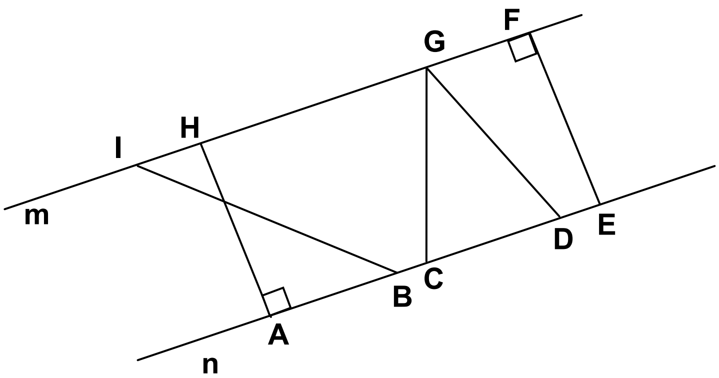


La **distancia** entre dos **rectas paralelas** es la distancia de un punto cualquiera de una de ellas a la otra recta.

Si elegimos dos puntos cuales quiera sobre **t**, por ejemplo los puntos **B** y **C**, la distancia de estos puntos a la recta **f** es la misma.
Si ahora elegimos un punto sobre la recta **f**, por ejemplo el **A**, la distancia de **A** a la recta **t** es la misma que la de **B** o **C** a la recta **f**.
Esa medida es la distancia entre las rectas **t** y **f**.

• Ahora te toca a vos...

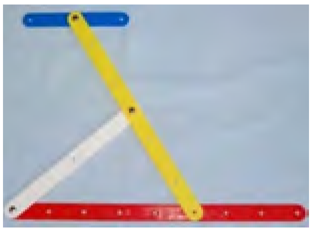
4. En la figura las rectas **m** y **n** son paralelas. ¿La medida de qué segmentos representan la distancia entre las rectas **m** y **n**?



5. Marcá en el mapa con lápiz de color rojo segmentos que permitan medir la distancia entre las calles:

a) Tte. Gral. Juan Domingo Perón y Gral Sarmiento
b) Formosa y Jujuy
c) Hipólito Yrigoyen y Las Casuarinas

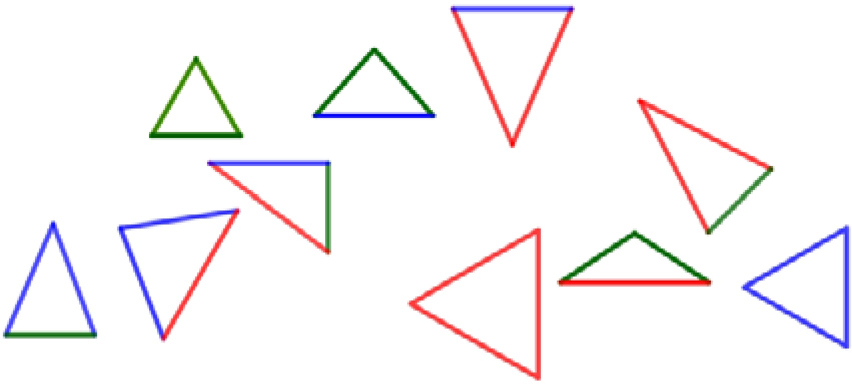
TRIÁNGULOS. CLASIFICACIÓN



Josefina y Luciano tienen una caja llena de varillas de distintos colores para armar figuras. Las varillas de cada color tienen la misma longitud. Las varillas verdes miden 6 cm; las varillas azules miden 8 cm y las varillas rojas miden 10 cm.

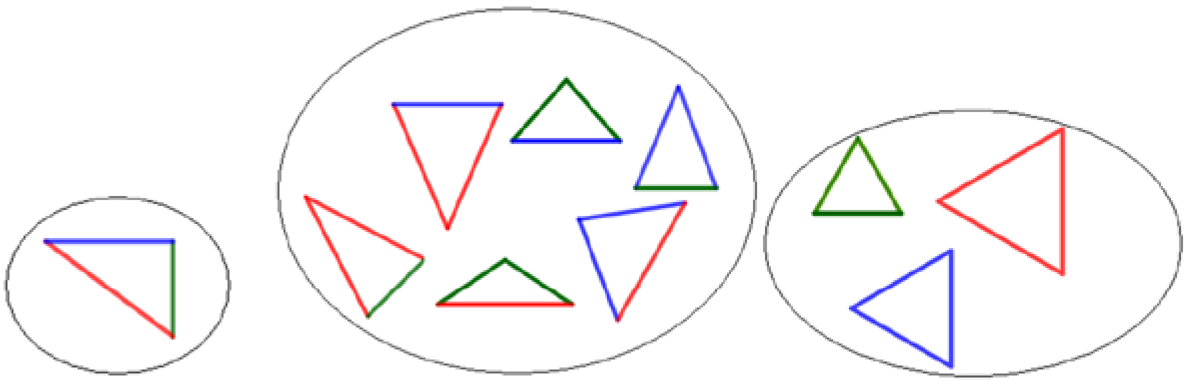
• Luciano le propone a Josefina armar triángulos con las varillas de esos tres colores. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden armar?

Si representamos las varillas con segmentos, considerando además que un triángulo es diferente de otro si tienen distinto tamaño, distinta forma o distintos colores, entonces los triángulos que armaron Luciano y Josefina son diez.



• Josefina le sugiere a Luciano clasificarlos según la cantidad de colores que tiene cada triángulo. ¿Cuántos grupos diferentes puede armar Luciano? ¿Qué característica distingue a cada grupo formado?

Luciano puede armar tres grupos: los triángulos que tienen lados de tres colores; los triángulos que tienen lados de dos colores y los triángulos que tienen lados de un solo color.

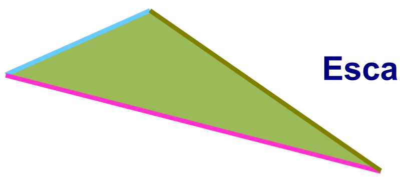


Como a cada color le corresponde una varilla de una longitud determinada, podemos decir que a cada grupo lo distingue la cantidad de lados congruentes que tienen los triángulos.

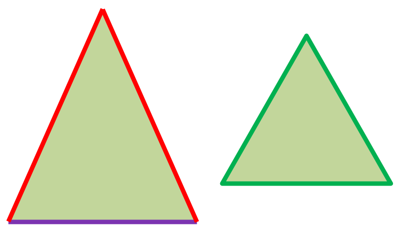
Dos figuras son congruentes si al superponerlas, coinciden.

El triángulo cuyos lados son de tres colores distintos no tiene lados congruentes.
Los triángulos que tienen dos lados de un mismo color y el tercer lado de un color diferente al anterior tienen dos lados congruentes.
Los triángulos cuyos tres lados son del mismo color tienen los tres lados congruentes.

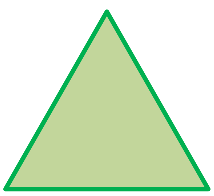
Recordemos las denominaciones de los triángulos según la cantidad de lados congruentes:



Escaleno: tiene sus tres lados **no** congruentes.



Isósceles:tiene dos de sus lados congruentes.

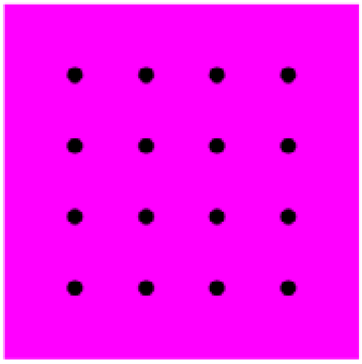


Equilátero:tiene sus tres lados congruentes.

• Ahora te toca a vos...

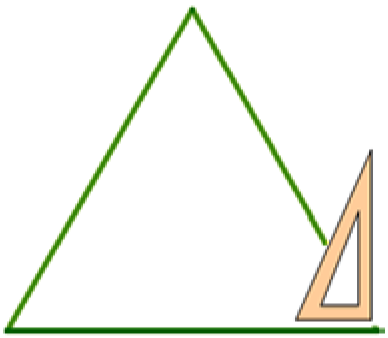
6. Usando seis varillas de la misma longitud, formá cuatro triángulos equiláteros.

7. En la trama de cuatro por cuatro puntos, dibujá cinco triángulos isósceles distintos de forma que sus vértices sean puntos de la trama.

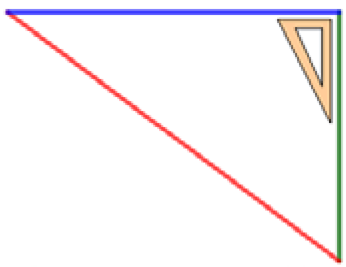


• Luciano afirma que entre los triángulos armados con las varillas de colores, hay uno que tiene un ángulo recto, hay otro triángulo que tiene un ángulo obtuso y que los ocho restantes triángulos tienen todos sus ángulos agudos. La afirmación de Luciano es verdadera. Josefina debe descubrirlos. ¿Cómo puede hacerlo?

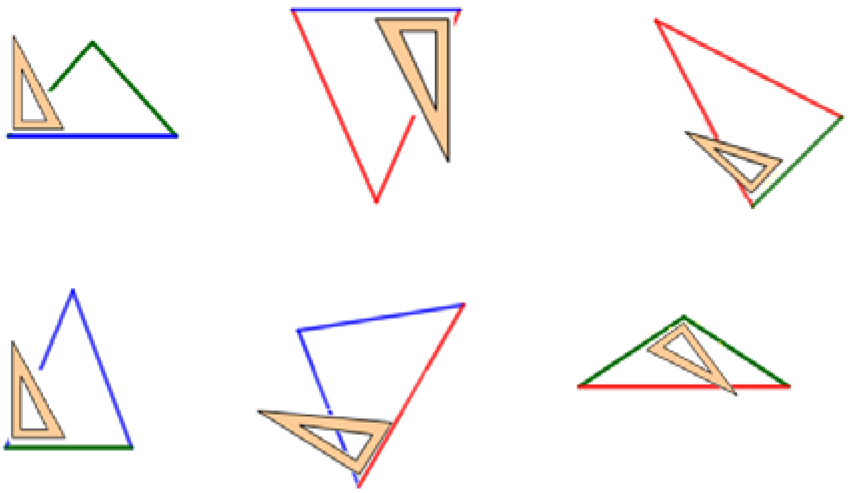
Para comprobar lo que dice Luciano, Josefina puede tomar una escuadra y verificar si los ángulos son rectos o si son mayores o menores a 90º.



En los triángulos de un solo color, todos los ángulos son menores a 90º.



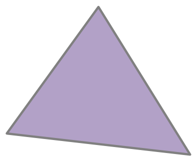
El triángulo de tres colores tiene un ángulo recto.

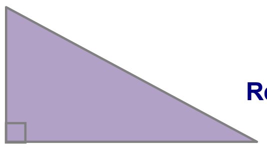


Al verificar con la escuadra en los triángulos de dos colores, corrobora que hay un triángulo que tiene un ángulo mayor que 90º.

Recordemos las denominaciones de los triángulos según las medidas de sus ángulos:

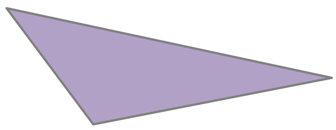
Acutángulo:tiene sus tres ángulos agudos.





Rectángulo:tiene un ángulo recto.

Obtusángulo:tiene un ángulo obtuso.

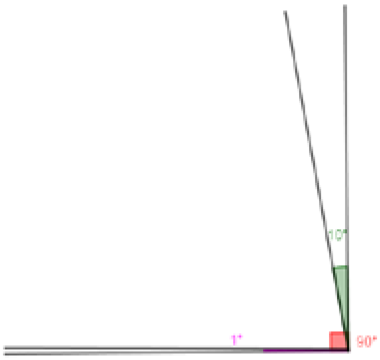


SISTEMA SEXAGESIMAL

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración posicional que tiene como base el número 60, pues tiene la ventaja de tener muchos divisores.

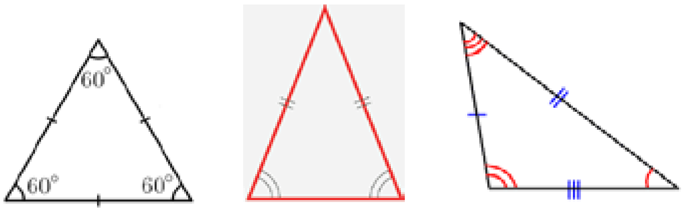
Este sistema fue usado muchos siglos antes de Cristo en Babilonia para medir el tiempo (horas, minutos y segundos) y los ángulos (grado sexagesimal).

Si a un ángulo recto lo dividimos en 90 partes iguales obtenemos un grado sexagesimal (1º).



Un **grado sexagesimal** es la noventava parte de un ángulo recto.

Tales de Mileto, filósofo, matemático y legislador griego, estableció una relación entre las medidas de los lados y los ángulos de un triángulo: a lados congruentes se oponen ángulos congruentes.

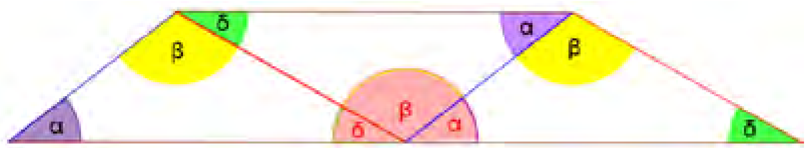


SUMA DE LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO

Josefina no tiene transportador y quiere saber cuánto es la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo. ¿Cómo puede averiguarlo?

Para averiguarlo, primero dibujemos tres triángulos congruentes y llamemos a sus ángulos interiores **α**, **ß** y **ð**.

Giremos uno de los triángulos y juntémoslos de manera de formar un trapecio,



Observemos que los ángulos que notamos en rojo forman un ángulo llano. Entonces, sus medidas suman 180°. Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier triángulo, por lo tanto,

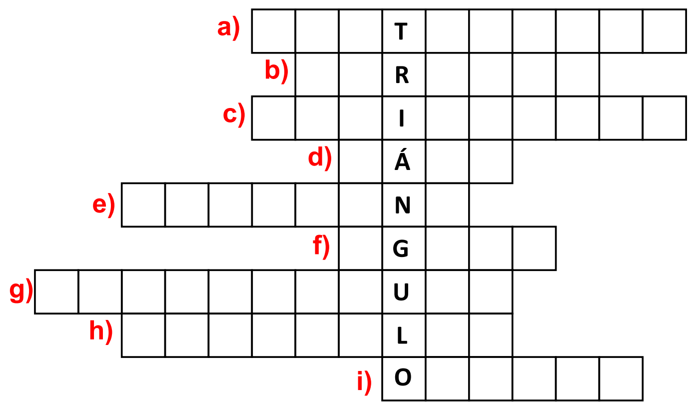
La suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo es 180º.

• Ahora te toca a vos...

8. Decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F).
Marcá con una **X** en el casillero correspondiente.

	V	**F**
Todos los triángulos equiláteros son acutángulos.		
Todos los triángulos acutángulos son isósceles.		
Existen triángulos rectángulos equiláteros.		
Algunos triángulos isósceles son obtusángulos.		
Existen triángulos escalenos equiláteros.		
Ningún triángulo equilátero es rectángulo.		

9. Completá la siguiente grilla teniendo en cuenta las definiciones dadas.



a) Triángulo que tiene un ángulo recto.
b) Punto común a dos lados de un triángulo.
c) Triángulo que tiene sus tres lados congruentes.
d) Segmento determinado por dos vértices de un triángulo.
e) Triángulo que tiene sus tres lados no congruentes.
f) Ángulo menor que un recto.
g) Triángulo que tiene un ángulo obtuso.
h) Triángulo que tiene dos lados congruentes.
i) Ángulo mayor que un recto y menor que un llano.

10. I) Explicá si es posible construir un triángulo en cada uno de los siguientes casos.

a) Con dos ángulos rectos.
b) Con un ángulo de 110º.
c) Con dos ángulos obtusos.
d) Con un ángulo de 30º y otro de 75º.
e) Con un ángulo de 130º y otro de 50º.
f) Con dos ángulos de 60º.
g) Con un ángulo de 40º y otro de 50º.

II) Clasificá según sus ángulos los triángulos que se puedan construir en el ítem anterior.

TRIÁNGULOS Y CIRCUNFERENCIAS. CONSTRUCCIONES

En las siguientes actividades construiremos figuras y usaremos regla no graduada, compás.

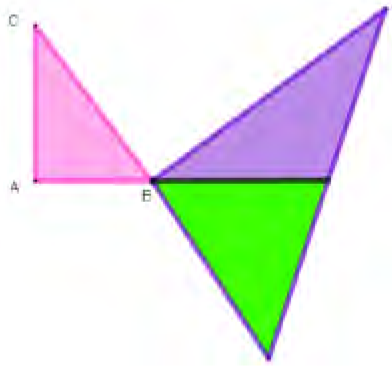
La profesora de Plástica llevó a sus alumnos de 6to grado a una exposición de Arte Geométrico. Les propuso a sus alumnos que eligieran la obra que más les gustó. Los alumnos eligieron el siguiente cuadro:

Raúl LozzaObra Nº 72/2
Marco recortado
Esmalte sobre madera

Al día siguiente, ya en el aula, la profesora de Plástica sugirió a sus alumnos diseñar obras similares, basadas en triángulos. Vera ideó el siguiente cuadro:

La profesora propuso a los demás alumnos que lo construyan en una hoja lisa.

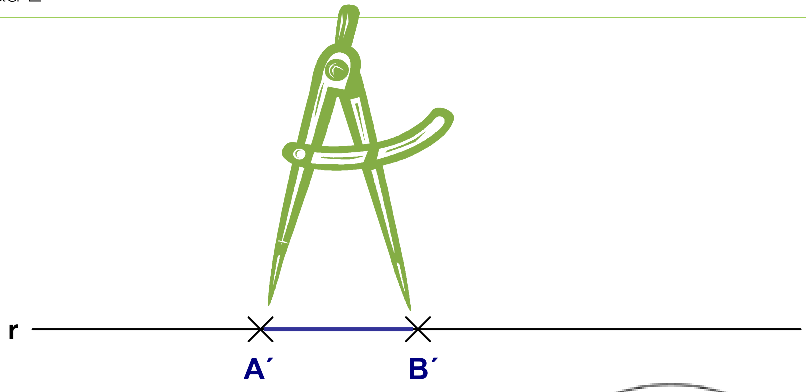
• ¿Cómo se puede dibujar el diseño que ideó Vera utilizando solo compás y regla no graduada?
Para copiar el diseño anterior, debemos graficar triángulos congruentes a los dibujados por Vera.
Comencemos con el rectángulo rosa **ABC**.



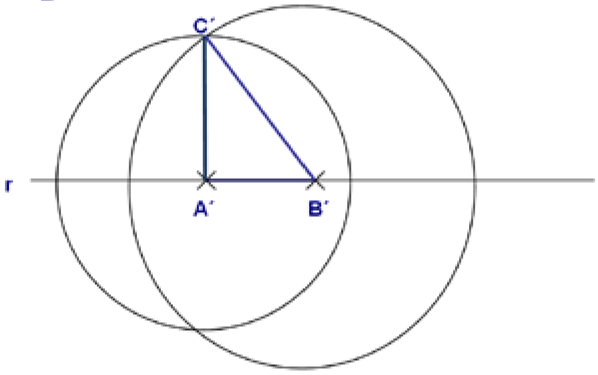
Usando la regla no graduada, trazamos una rectar y elegimos un punto de esa recta al que llamamos **A´**.
Comenzamos copiando sobre la recta el segmento **AB** que Vera eligió como uno de los lados del triángulo rosa.
Ubicamos el compás de tal manera que los “extremos” de este coincidan con los extremos del segmento anterior.

El compás permite **transportar** cualquier segmento y trazar circunferencias.

Cuidando de no modificar la abertura del compás, con centro en ***A´****(o sea, apoyando uno de los “extremos” del compás en* ***A´****) trazamos un arco de circunferencia y llamamos* ***B´*** *al punto donde ese arco corta a la recta* ***r.*** *El punto* ***A´*** *y el punto* ***B´*** *son los extremos del segmento cuya medida es el lado del triángulo dibujado por Vera.*

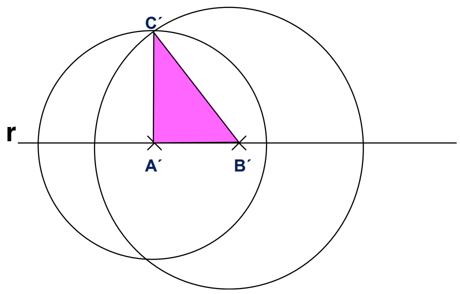


Para continuar con la construcción, ubicamos el compás con centro en ***A´****y trazamos una circunferencia de radio igual a la medida de* $\boldsymbol{\overline{AC}}$ *. En forma similar, con centro en* ***B´*** *dibujamos una circunferencia con radio igual a la medida de* $\boldsymbol{\overline{BC}}$*.*



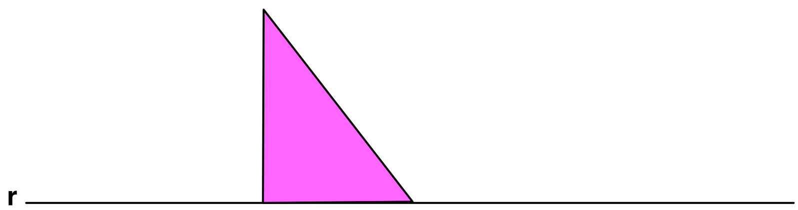
Observamos que las dos circunferencias se cortan en dos puntos. Consideramos, por ejemplo, el punto C´ como el otro vértice del triángulo.

Unimos con la regla **A´**con **C´** y **B´** con **C´**,y obtenemos un triángulo congruente con el triángulo **ABC**.



• *Ahora te toca a vos...*

11. Completá el diseño de Vera teniendo en cuenta los procedimientos utilizados para copiar el triángulo rosa.



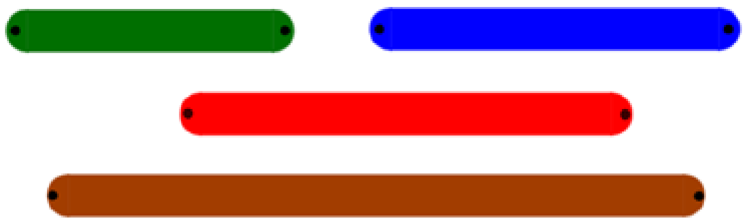
12. Construí un triángulo equilátero considerando como lado el siguiente segmento:

13. Construí un triángulo isósceles obtusángulo cuyos lados congruentes sean radios de una misma circunferencia.

14. Utilizando solo regla no graduada y compás, copiá este dibujo:

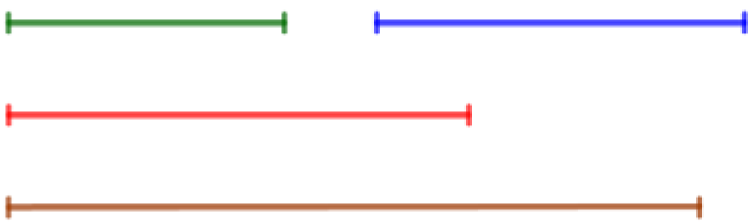
TRIÁNGULOS Y CIRCUNFERENCIAS. PROPIEDADES

Josefina y Luciano siguen jugando con su caja de varillas de distintos colores para armar figuras. Recordemos que las varillas de cada color tienen la misma longitud. A las varillas verdes, a las varillas azules y a las varillas rojas le agregan las varillas marrones que miden 15 cm.

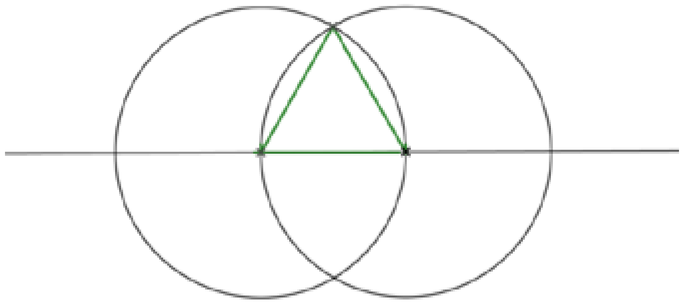


• Luciano le propone a Josefina armar triángulos con las varillas de esos cuatro colores. ¿Siempre se podrá construir un triángulo con esas varillas?

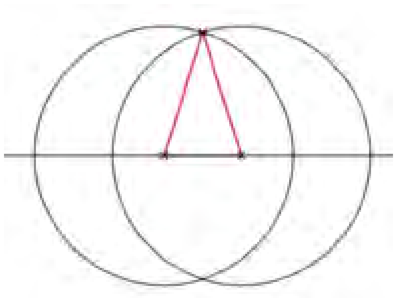
Representemos las varillas con los siguientes segmentos:

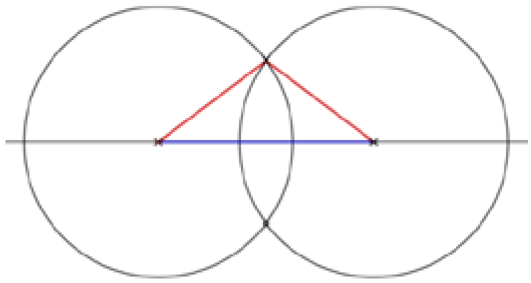


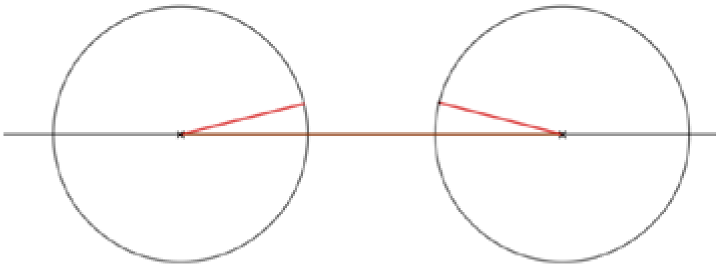
Josefina observa que siempre es posible construir un triángulo con tres varillas del mismo color. Verifica con las varillas de color verde pero el mismo procedimiento se puede aplicar a las varillas de los otros tres colores.



Josefina comienza a armar triángulos con varillas de dos colores distintos. Elige dos varillas rojas y una de cada uno de los otros colores.

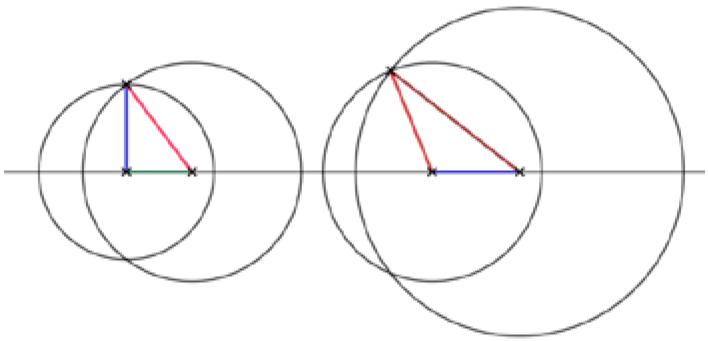


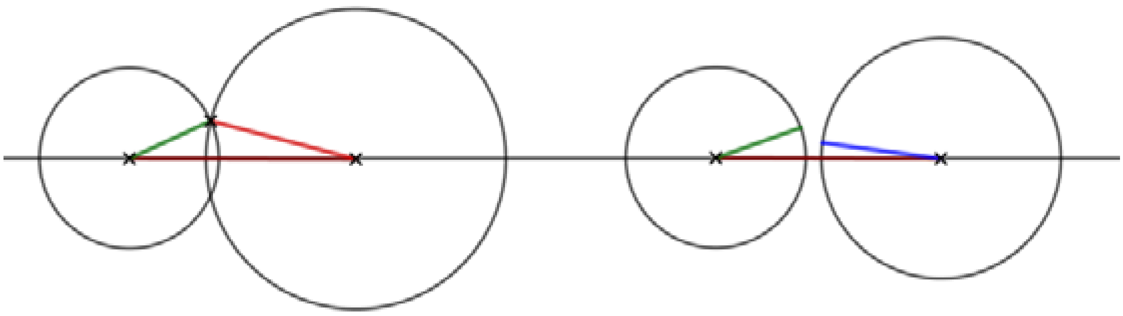




Josefina concluye que para poder construir un triángulo es necesario que las dos circunferencias que se trazan con radio igual a la medida de las varillas rojas se corten en algún punto.

Finalmente, Josefina prueba con varillas de tres colores diferentes. Los resultados que obtiene son:





Josefina obtiene resultados semejantes. Para poder formar un triángulo, las circunferencias que se trazan con centros en los extremos de un lado y con radios iguales a las medidas de los otros dos lados deben cortarse entre sí.

En todo triángulo, la medida de cada lado debe ser menor que la suma de la medida de los otros dos lados y mayor que su diferencia. Esta propiedad se conoce como **propiedad triangular.**

• ***Ahora te toca a vos...***

15. ¿Es posible construir un triángulo cuyos lados midan 5cm, 7cm y 12cm? Explicá tu respuesta.

....

16. En un triángulo **ABC**, $\overline{\mathbf{AC}}$ = 7 cm y $\overline{\mathbf{BC}}$ = 3 cm. ¿Cuál puede ser la medida del lado restante?

....

17. Con las varillas verdes, azules, rojas y marrones, ¿cuántos tipos distintos de triángulos se pueden construir…

I) con tres varillas del mismo color?

....

II) con dos varillas de un mismo color y una tercera varilla de otro color?

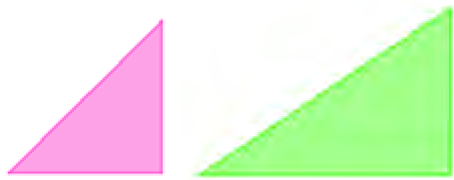
....

III) con tres varillas de diferentes colores?

....

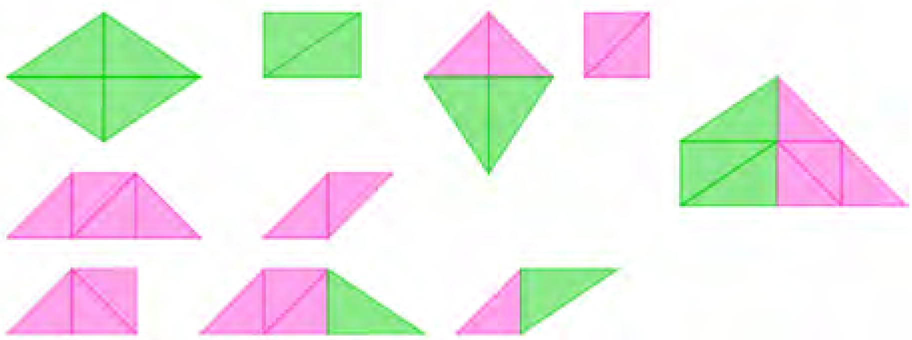
CUADRILÁTEROS. CLASIFICACIÓN

La profesora de Plástica de 6to grado les propone otra actividad a sus alumnos; en este caso, con triángulos rectángulos. El triángulo rosa es isósceles. El triángulo verde es escaleno.



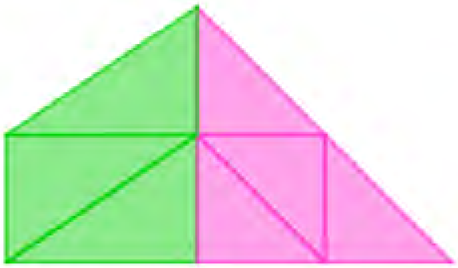
Los alumnos deben recortar triángulos congruentes a los dados y con ellos construir distintos tipos de cuadriláteros.

Algunas producciones de los alumnos son las siguientes:

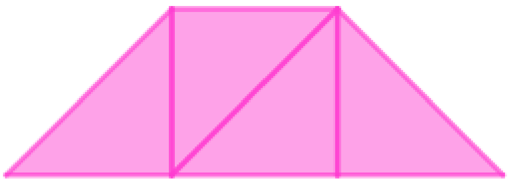


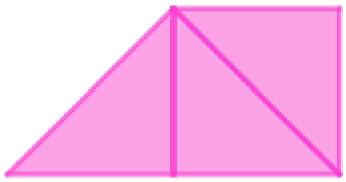
Luego, les pide que los clasifiquen teniendo en cuenta características de sus lados.

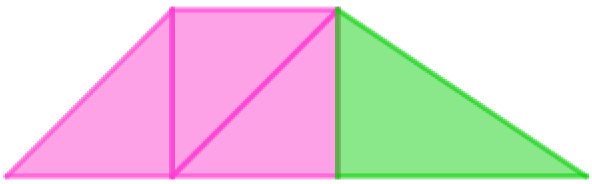
• ¿Cuáles son los cuadriláteros que no tienen lados opuestos paralelos?

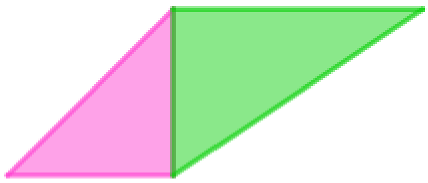


• ¿Cuáles tienen un solo par de lados opuestos paralelos?

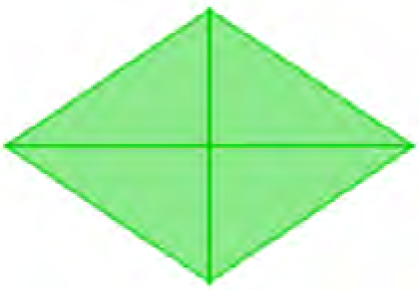


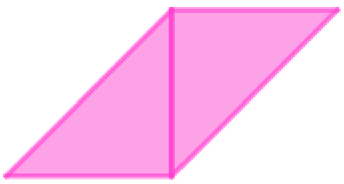


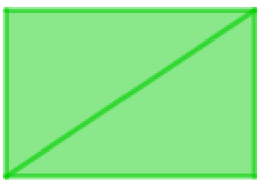


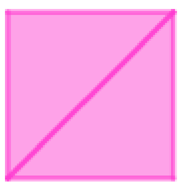


• ¿Y cuáles son los cuadriláteros que tienen los dos pares de lados opuestos paralelos?



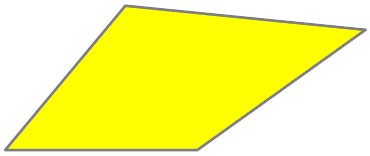


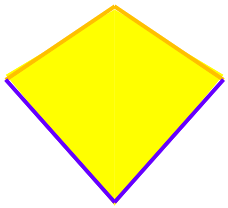




Recordemos las denominaciones de los cuadriláteros según el paralelismo de sus lados, la congruencia de estos y la amplitud de los ángulos.

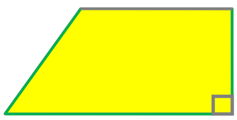
Trapezoide: no tiene lados opuestos paralelos.



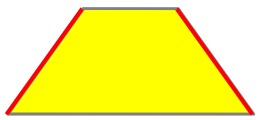


Romboide: tiene un par de lados consecutivos congruentes, distintos de los otros dos lados, también congruentes.

Trapecio: tiene un solo par de lados opuestos paralelos.



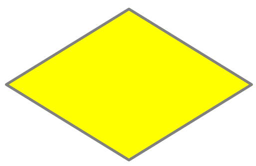
Trapecio rectángulo: tiene un ángulo recto.



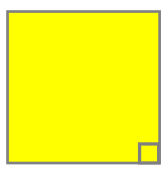
Trapecio isósceles:los lados no paralelos son congruentes.

Paralelogramo:tiene los lados opuestos paralelos.

Rectángulo:tiene los cuatro ángulos rectos.



Rombo:tiene los cuatro lados congruentes.

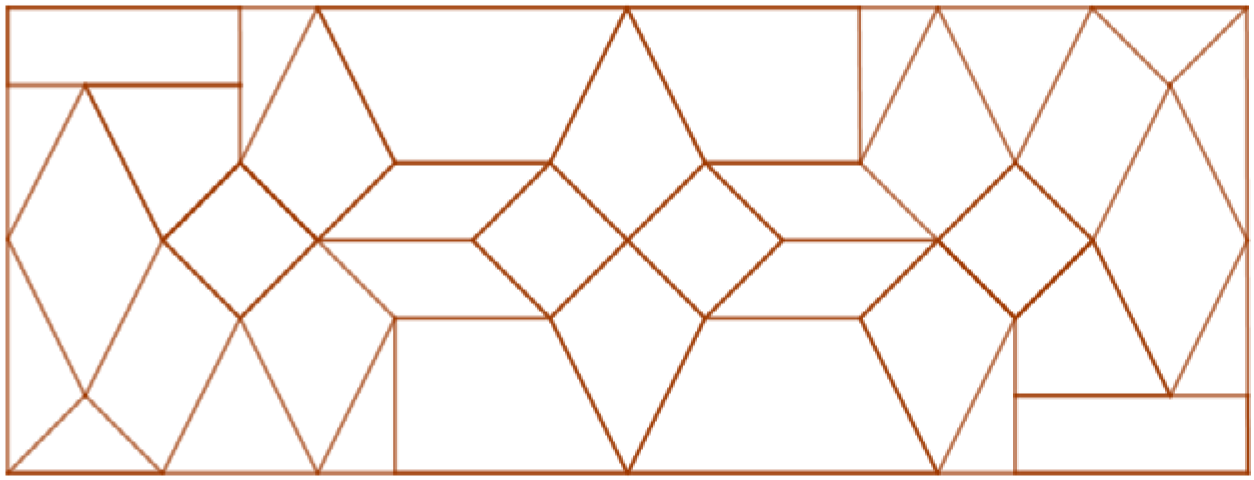


Cuadrado: tiene los cuatro ladosy los cuatro ángulos congruentes.

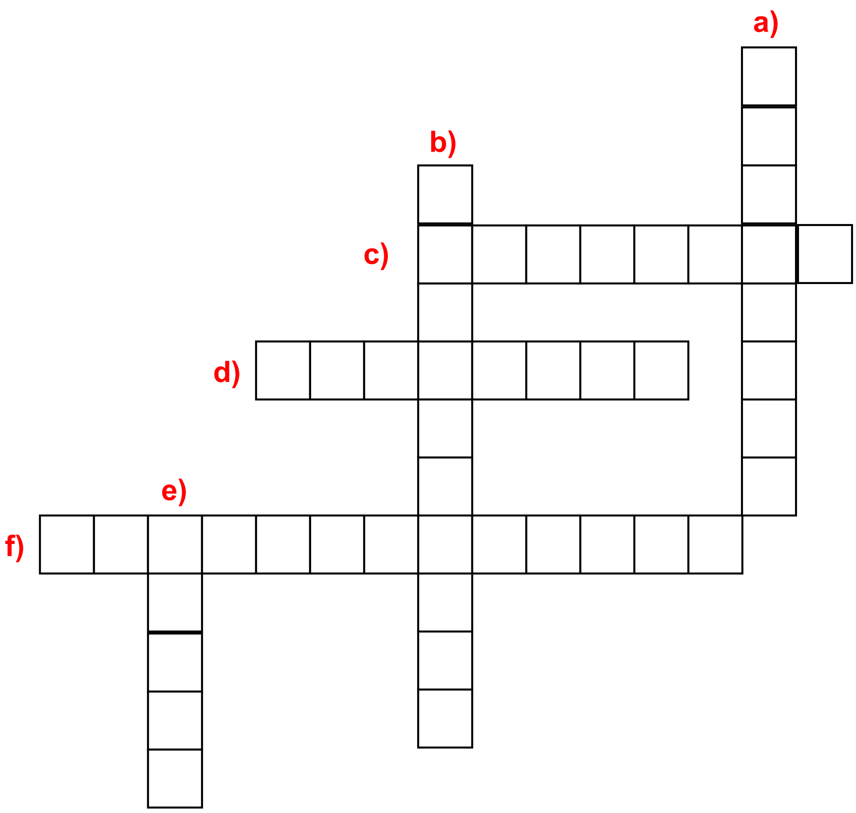
• ***Ahora te toca a vos...***

18. En el mosaico, en el orden que se indica, los siguientes cuadriláteros:

a) los romboides en color verde
b) los cuadrados en color azul
c) los rombos en color rojo,
d) los rectángulos en color amarillo
e) lostrapecios isósceles en color anaranjado
f) los trapecios rectángulos en color rosa
g) los paralelogramos en color violeta
h) los trapezoides en color celeste.



18. Completá la grilla teniendo en cuenta las referencias que figuran a continuación de ella.

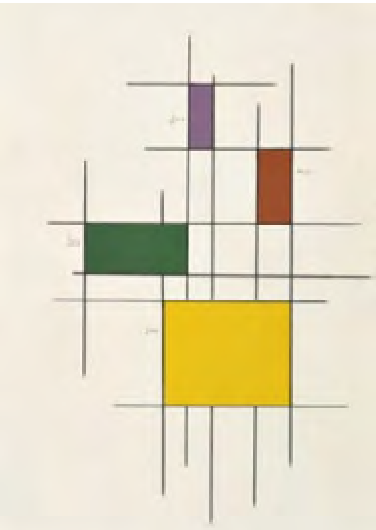


a) Cuadrilátero que es rectángulo y rombo simultáneamente.
b) Cuadrilátero que no tiene lados paralelos.
c) Cuadrilátero que tiene un par de lados consecutivos congruentes distintos de los otros dos lados que también son congruentes.
d) Cuadrilátero con un solo par de lados paralelos.
e) Cuadrilátero que posee los cuatro lados congruentes.
f) Cuadrilátero que tiene los lados opuestos paralelos.

CUADRILÁTEROS. CONSTRUCCIONES

Hemos trabajado con regla no graduada y compás, ahora además utilizaremos la escuadra que nos permitirá trazar ángulos rectos.

La profesora de Plástica de 6to grado les propone a sus alumnos seguir explorando las obras de la exposición que visitaron. Ahora observan los cuadros que tienen cuadriláteros.



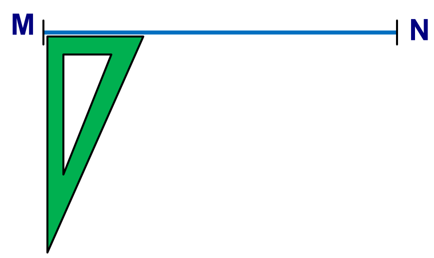
Raúl Lozza, Teoría Estructural del Color, 1947

La profesora divide la clase en equipos. Cada equipo deberá construir cuadriláteros a partir de segmentos que representan las medidas de sus lados utilizando adecuadamente los instrumentos de geometría que sean necesarios.

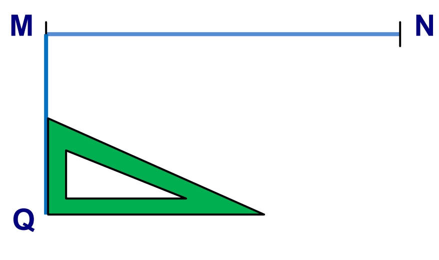
El equipo de Josefina construye rectángulos usando solo la escuadra.

• ¿Cómo dibujar un rectángulo **MNPQ** usando solo la escuadra?

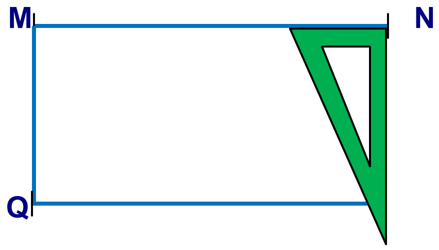
Sabemos que el rectángulo tiene dos pares de lados congruentes y sus ángulos rectos. Como no tenemos la medida de sus lados, podemos elegir cualquiera. Trazamos un segmento **MN** de una medida elegida y apoyamos la escuadra con el ángulo recto sobre el vértice **M** para trazar el lado **MN**, también de cualquier medida elegida.



Apoyamos la escuadra con el ángulo recto sobre **Q** y trazamos una semirrecta.



Apoyamos la escuadra con el ángulo recto sobre el vértice **N** y dibujamos otro ángulo recto.

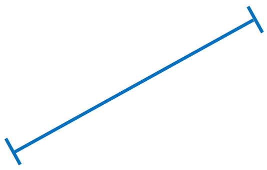


Obtenemos así el rectángulo **MNPQ.**

• Ahora te toca a vos...

20. Utilizando solo escuadra y compás, y sin realizar mediciones, completá la figura para formar un cuadrado sabiendo que el siguiente segmento es uno de sus lados. ¿Existe un único cuadrado que cumpla con esa condición?

21. Usando solamente escuadra y sin medir, completá la figura para formar un rectángulo, sabiendo que el segmento dado es uno de sus lados. ¿Es único el rectángulo que cumple con esa condición?

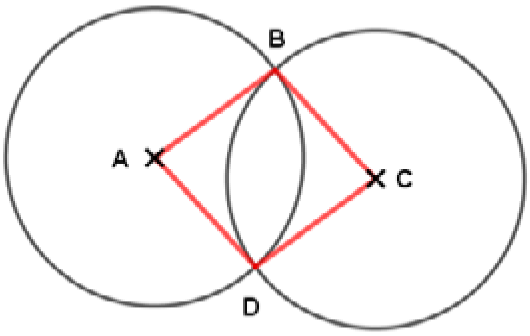


El equipo de Vera construye rombos y romboides usando el compás y la regla no graduada.

• ¿Cómo dibujar un rombo **ABCD** sabiendo la medida de sus lados con los instrumentos elegidos?

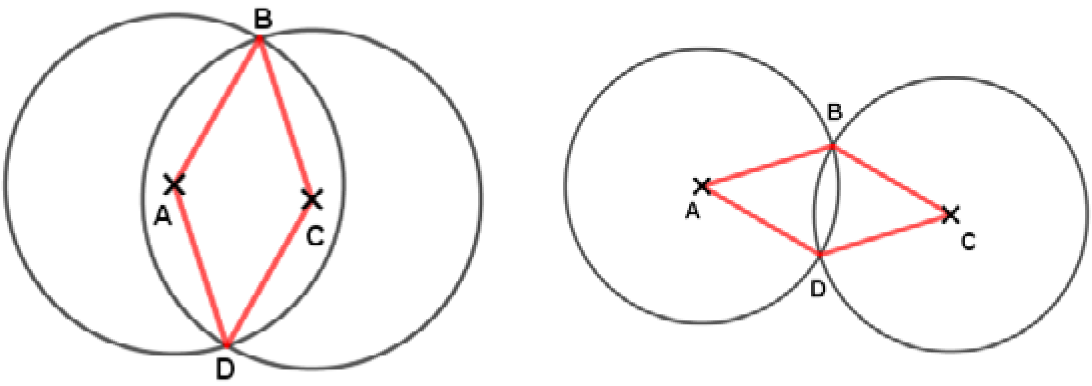
Sabemos que el rombo tiene los cuatro lados congruentes. El segmento **AB** representa el lado del rombo que Vera y su equipo dibujaron.

Construimos dos circunferencias cualesquiera de radio **AB**,de modo tal que se corten en dos puntos. Llamamos **A** y **C** a los centros de las circunferencias y llamamos **B** y **D** a los puntos donde se cortan dichas circunferencias. Unimos con la regla a **A** con **B**, **B** con **C**, **C** con **D** y finalmente, **D** con **A** y obtenemos el rombo **ABCD**.



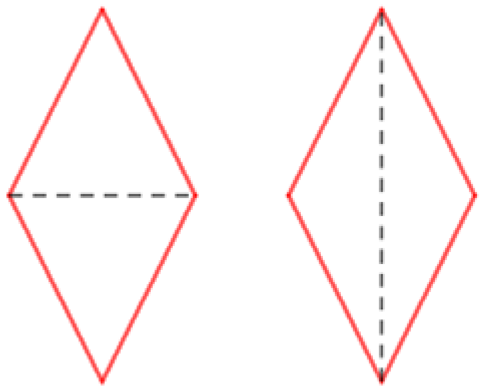
• ¿Es posible construir otro rombo distinto al dibujado por Vera pero cuyo lado sea congruente con el lado del rombo **ABCD**?

Sí, se pueden construir otros rombos. Para ello, podemos variar la distancia entre los centros de las circunferencias.



Siempre es posible construir un rombo con este procedimiento. Pero hay que tener en cuenta que los rombos pueden estar formados por dos triángulos.

Por lo tanto, la distancia entre los centros de las circunferencias debe cumplir la propiedad triangular.



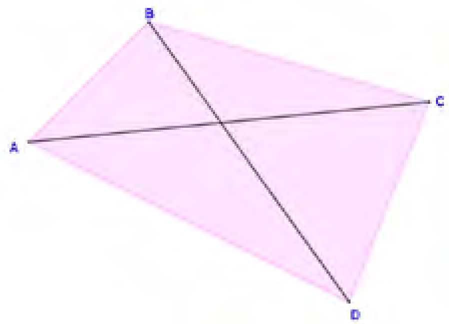
• Ahora te toca a vos...

22. Los siguientes segmentos son lados de un romboide.

Construí un romboide utilizando solo compás y regla no graduada.

DIAGONALES Y SUS PROPIEDADES

Un segmento que une vértices no consecutivos de un cuadrilátero se llama diagonal. Los segmentos **AC** y **BD** son las diagonales del cuadrilátero **ABCD**.

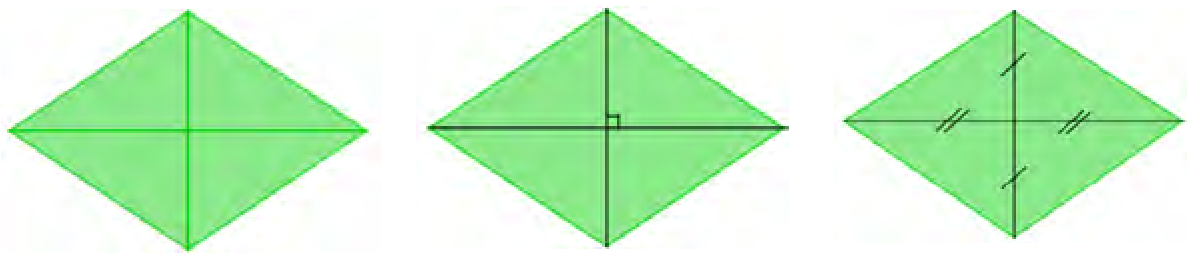


En todo cuadrilátero, los segmentos que unen vértices no consecutivos se llaman **diagonales.**

Todo cuadrilátero tiene dos diagonales.

• ¿Qué propiedades tienen las diagonales de los siguientes cuadriláteros?

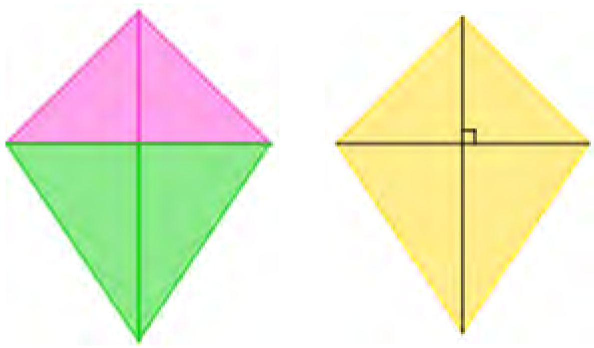
Volvamos a las producciones de los alumnos de 6to grado.



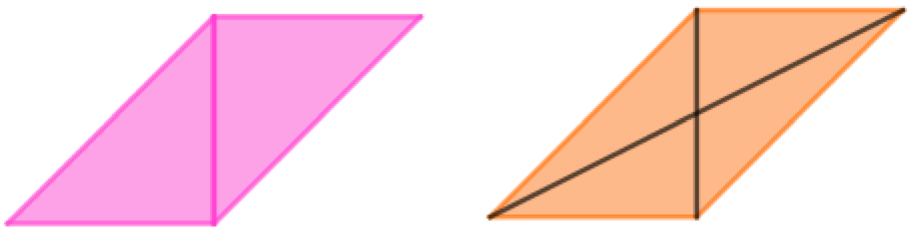
Para el rombo, los alumnos usaron cuatro triángulos verdes, apoyando sus respectivos catetos. Recordemos que estos triángulos son rectángulos.

Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio
y son perpendiculares.

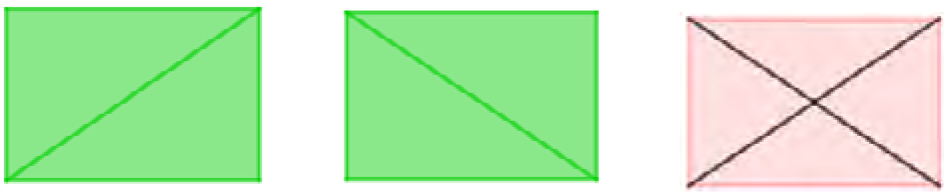
Observemos otros cuadriláteros: el romboide, el paralelogramo el rectángulo y el cuadrado.



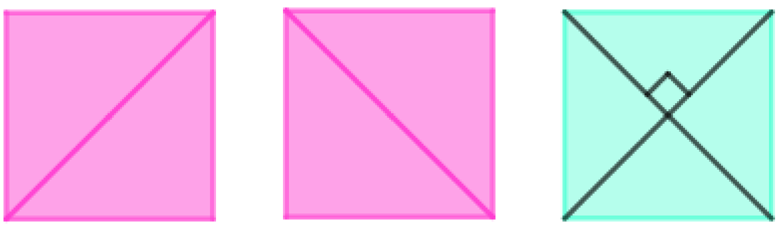
Las diagonales de un romboide son perpendiculares.
La diagonal principal corta a la otra diagonal en su punto medio.



Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.



Las diagonales de un rectángulo son congruentes y se cortan en su punto medio.



Las diagonales de un cuadrado se cortan en su punto medio,
son congruentes y perpendiculares.

• Ahora te toca a vos...

23. La siguiente es otra obra del artista argentino Raúl Lozza. Identificá los cuadriláteros y trazá sus diagonales.

24. Uní con flechas cada frase con el nombre del cuadrilátero correspondiente.

Las diagonales son congruentes.

Las diagonales son perpendiculares.

Ambas diagonales se cortan en su punto medio.

Rombo

Paralelogramo

Rectángulo

Romboide

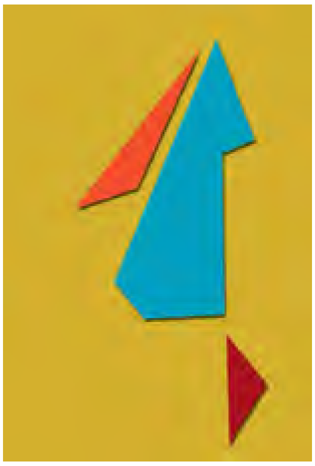
Cuadrado


Pintura nº 15 (1945)

PARALELOGRAMOS. MÁS CONSTRUCCIONES

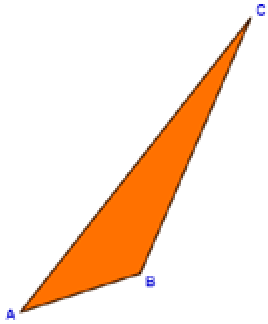
En las siguientes actividades construiremos figuras y usaremos regla no graduada y compás.

La profesora de Plástica y los alumnos de 6to grado se proponen hacer sus propias obras de Arte Geométrico usando paralelogramos. Para ello les propone intervenir (modificar) algunos detalles del siguiente cuadro.

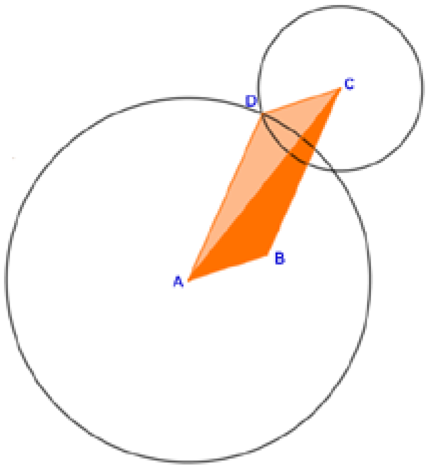

Raúl LozzaObra Nº 40 Año 1946
Esmalte sobre madera

La profesora les sugiere construir un paralelogramo a partir del triángulo anaranjado.

• ¿Cómo dibujar un paralelogramo **ABCD** sabiendo la medida de sus lados y de una de sus diagonales? Tomemos el triángulo anaranjado como la mitad de un paralelogramo. Consideremos los segmentos **AB** y **BC** como lados del paralelogramo y el segmento **AC** como diagonal de dicho cuadrilátero.



Para realizar la construcción, ubicamos el compás con centro en **C** y trazamos una circunferencia de radio igual a la medida de $\overline{\mathbf{AB}}$. En forma similar, con centro en **A** dibujamos una circunferencia con radio igual a la medida de $\overline{\mathbf{BC}}$.



Observamos que las dos circunferencias se cortan en dos puntos. Consideramos el punto **D** como el otro vértice del triángulo.

Unimos con la regla **A** con **D** y **C** con **D**,y obtenemos un triángulo congruente con el triángulo **ABC**.Obtenemos entonces el paralelogramo **ABCD**.

Así nos queda la obra intervenida por los alumnos de 6to grado.

Raúl Lozza–
Obra nº 40
Intervención 6to grado

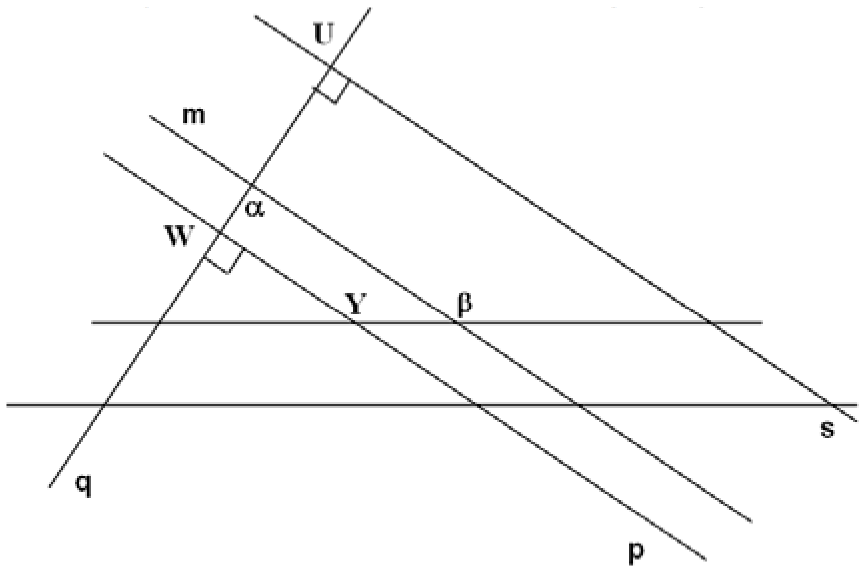
• Ahora te toca a vos...

25. Los siguientes segmentos son lados de un paralelogramo. Construí el paralelogramo utilizando solo regla no graduada y compás. Compará tu construcción con la de tus compañeros. ¿Existe un único paralelogramo que cumpla con esa condición?

26. Los siguientes segmentos son un lado y una diagonal de un paralelogramo. Construí el paralelogramo utilizando solo regla no graduada y compás. Compará tu construcción con la de tus compañeros. ¿Existe un único paralelogramo que cumpla con esa condición?

• ***Para que sigas practicando***

27. La figura está formada por seis rectas. En ella, $\hat{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{U}} = 90°$ y **m** // **p**.



a) Indicá si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificá.

I) m es paralela a **s**.
II) m es perpendicular a **q**.
III) $\hat{\mathbf{Y}}$ es un ángulo agudo.
IV) ß es un ángulo llano.
V) ß es un ángulo que no es agudo ni recto.

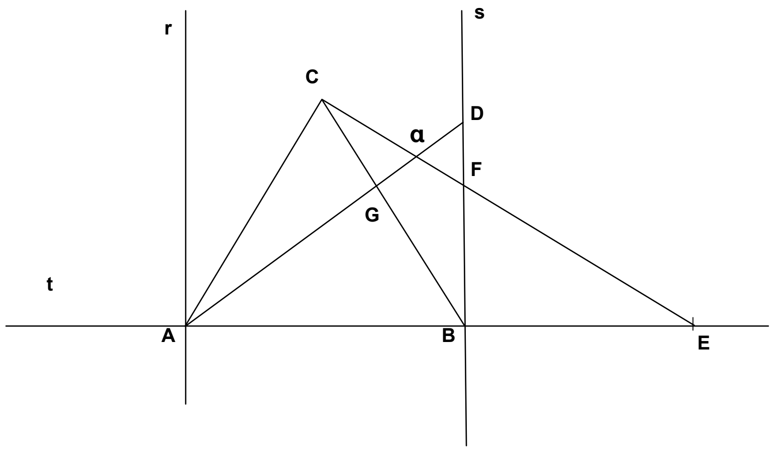
b) Completá sobre la línea punteada:

La longitud del segmento……… es la distancia del punto **Y** a la recta **q**.

c) Pintá de rosa el segmento cuya medida representa la distancia entre las rectas **s** y **p**.

28. En la figura **r // s**, **t** $\perp$ **s** ,los segmentos **AC**, **BC** y **BE** son congruentes y **α** < 90º.

a) Nombrá:
- **I)** un triángulo acutángulo
- **II)** un triángulo obtusángulo
- **III)** un triángulo rectángulo
- **IV)** un triángulo isósceles
- **V)** un triángulo equilátero



b) Nombrá un triángulo que cumpla las dos condiciones mencionadas en cada caso:
- **I)** isósceles y acutángulo
- **II)** obtusángulo e isósceles

29. Marcá con una X en el casillero correspondiente teniendo en cuenta las definiciones dadas

	Siempre	A veces	Nunca
Un rombo tiene sus lados opuestos paralelos.			
Un paralelogramo tiene sus cuatro lados congruentes.			
Un romboide es un paralelogramo.			
Un trapecio tiene un solo par de lados paralelos.			
Un romboide tiene un ángulo recto.			
Un cuadrado tiene sus cuatro lados congruentes.			
Un rombo es un trapecio.			
Un rombo es un cuadrado.			

30. Considerá las siguientes afirmaciones:

1 Las diagonales son congruentes.

2 Posee un solo par de lados opuestos paralelos.

3 Los ángulos son rectos.

4 Las diagonales se cortan en su punto medio.

5 Los lados opuestos son paralelos.

6 No tiene lados opuestos paralelos.

7 Las diagonales son perpendiculares.

8 Los lados son congruentes.

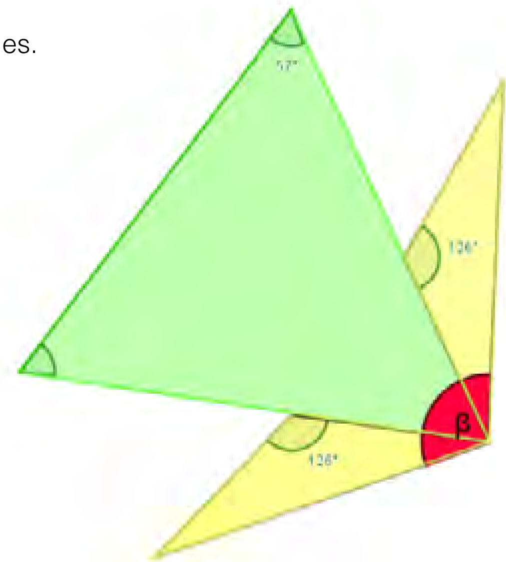
Escribí en el casillero asociado al nombre de cada cuadrilátero el o los números de las afirmaciones anteriores según corresponda.

Rombo	Trapecio	
Cuadrado	Paralelogramo	Romboide
Rectángulo	Trapezoide	

31. Escribí, si es posible, las medidas de los ángulos interiores de un triángulo que cumplan con las condiciones pedidas en cada caso:

a) el triángulo sea rectángulo y las medidas de todos ángulos interiores sean números múltiplos de 5;
b) el triángulo sea obtusángulo y las medidas de todos sus ángulos interiores sean números impares;
c) el triángulo sea acutángulo y la medida de uno de sus ángulos sea un número primo mayor que 20.

32. La figura está formada por tres triángulos isósceles.
Los triángulos amarillos son congruentes.
Calculá la medida del ángulo **ß**.



Las siguientes actividades se realizan en hoja lisa utilizando escuadra, regla no graduada y compás.

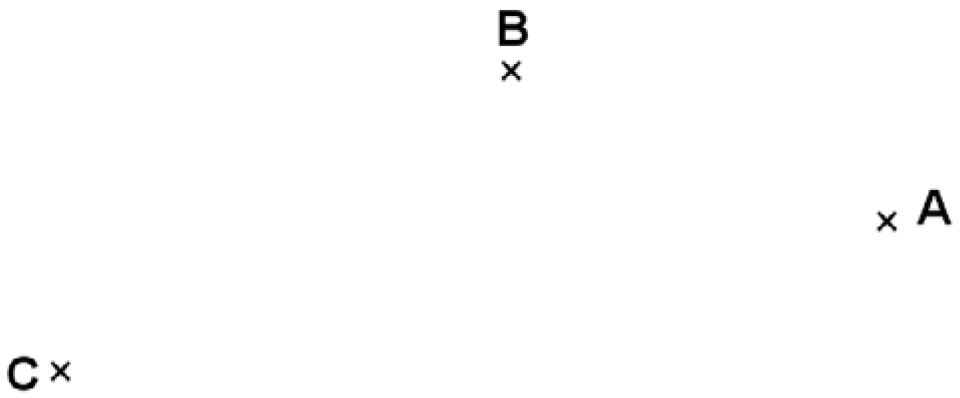
33. Copiá la siguiente figura sabiendo que el radio del semicírculo anaranjado es la medida del segmento

34. Copiá la siguiente figura utilizando solamente escuadra y compás.

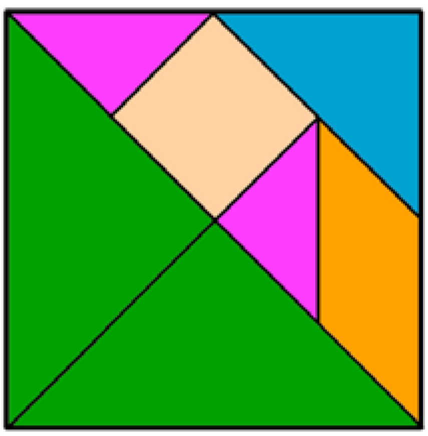
35. Construí, si es posible, a partir de los puntos **A, B y C** y mediante el uso adecuado de los instrumentos de geometría, los siguientes cuadriláteros:

a) un paralelogramo **ABCD,**
b) un rectángulo **ABCP,**
c) un romboide **ABCQ,**
d) un trapecio isósceles **ABCM,**
e) un rombo **ABCN,**
f) un trapecio rectángulo **ABCR.**

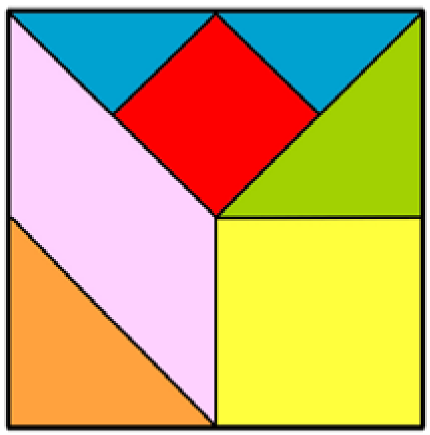
Explicá, en cada caso, cómo lo construiste. Justificá, en caso de no ser posible la construcción.



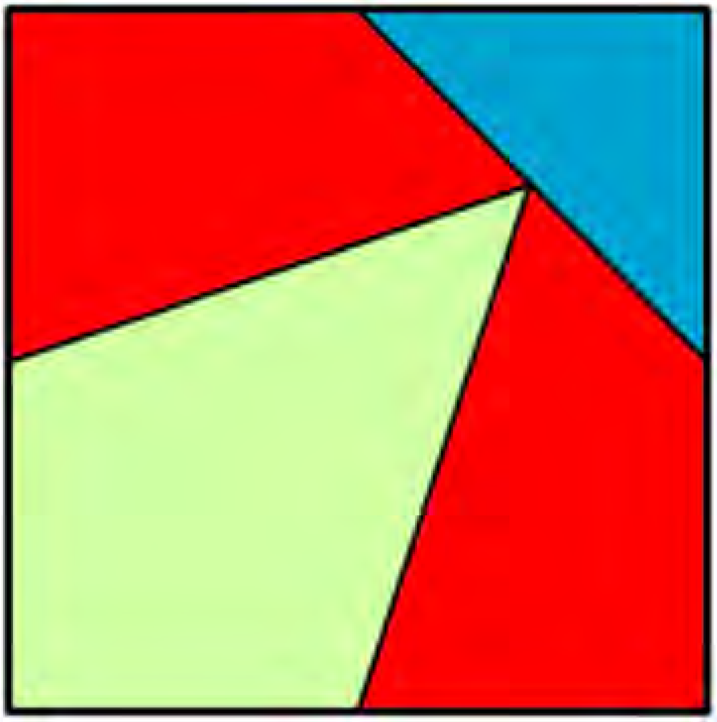
36. El tangram es un juego de origen chino llamado “Chi Chiao Pan”. El nombre significa “tabla de la sabiduría”, pues es un juego que tiene múltiples aplicaciones. En la actualidad hay muchos tipos de tangram. Algunos de ellos son:



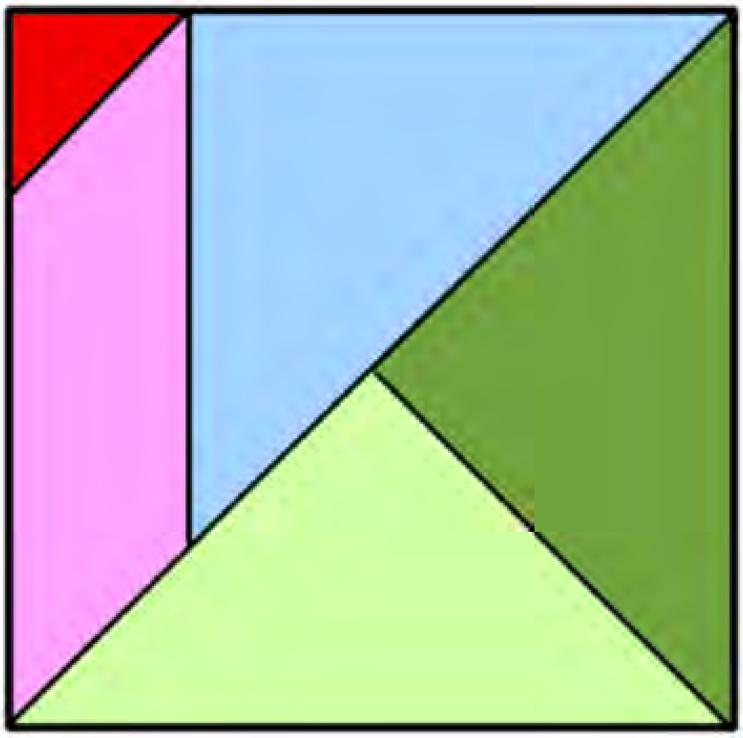
Chino



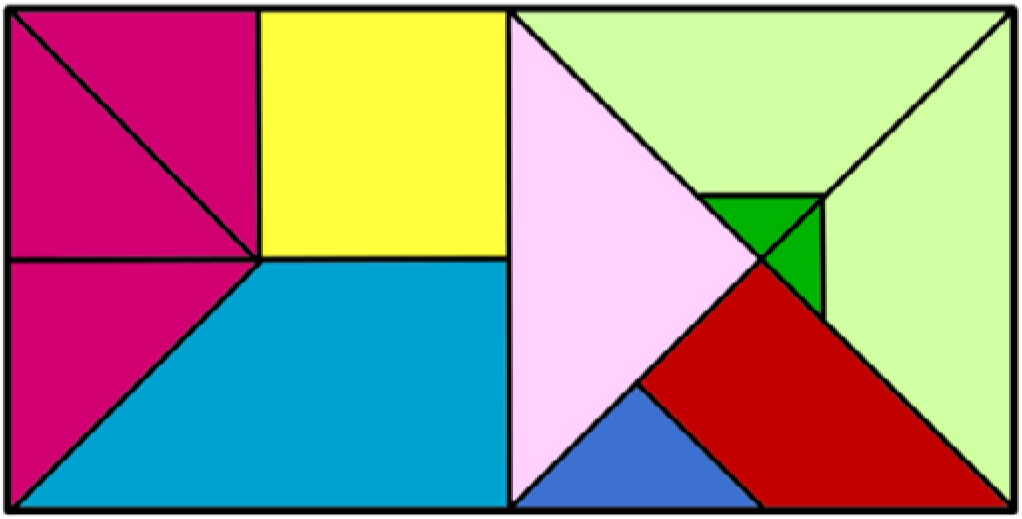
Fletcher



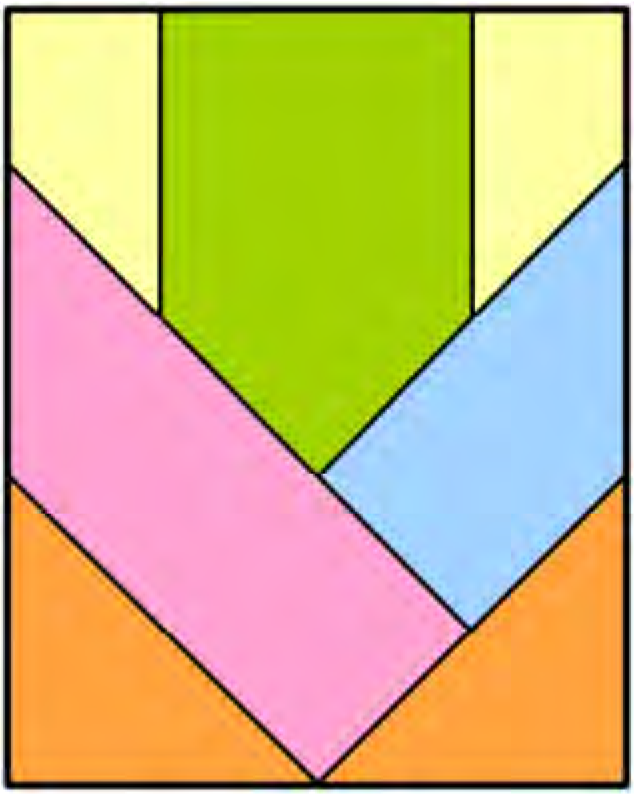
4 piezas



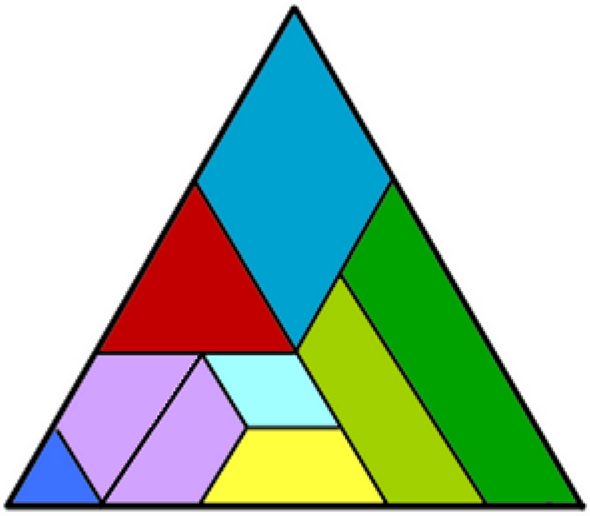
5 piezas



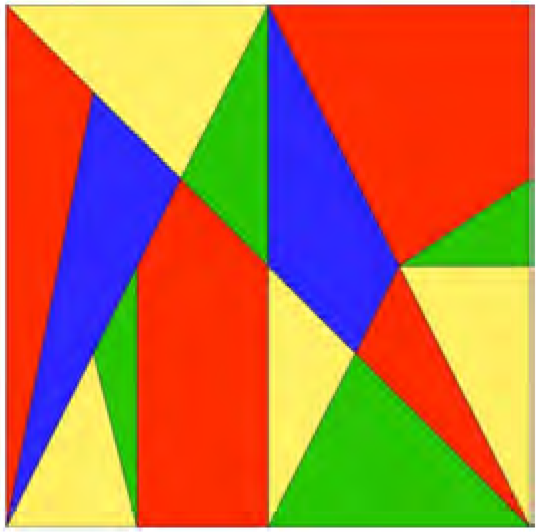
Ruso



Pitagórico

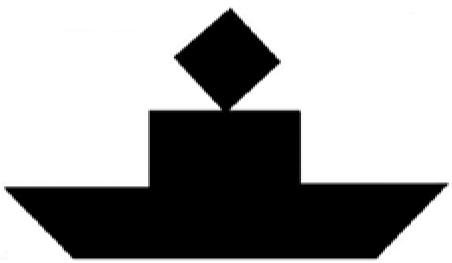


Triangular



Stomachion

a) Copiá el tangram chino usando solo escuadra y compás.
b) Escribí una lista de instrucciones para copiar el tangram de 5 piezas.
c) Trazá las diagonales de los cuadriláteros del tangram de 4 piezas.
d) Nombrá las figuras del tangram triangular.
e) En el Stomachion (de Arquímedes), las 14 piezas que lo conforman se pueden recombinar para formar un cuadrado perfecto. Hay 17.152 combinaciones o posibilidades. Armá otro cuadrado diferente al dado.
f) Construí un trapecio rectángulo con las 7 piezas del tangram pitagórico.
g) ¿Cuántos triángulos hay en total en el tangram ruso?
h) Construí la siguiente figura con las piezas del tangram de Fletcher.



COLEGIO PREUNIVERSITARIO

UBA

ESCOBAR

Dr. Ramón A. Cereijo

MUNICIPALIDAD
DE **ESCOBAR**